

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.240418.45.266

## ФРАКТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,ВОЛЧУК В. Н.<sup>2\*</sup>, д. т. н., доц.,ДУБРОВ Ю. И.<sup>3</sup>, д. т. н., проф.

<sup>1</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>3</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Аннотация. Введение.** Неполнота формальной аксиоматики при идентификации структуры многих материалов является следствием сложной геометрической формы ее элементов. Для адекватной аппроксимации элементов структуры недостаточно использовать стандартные методики, которые основаны на геометрии Евклида. Применение языка фрактальной геометрии позволяет частично устранить неполноту формальной аксиоматики благодаря использованию фрактальной (дробной) размерности. **Материалы и методики.** Объектом исследования являлась малоуглеродистая сталь СтЗпс. Приведены состав, структура и свойства стали. Описана разработанная авторами методика расчета фрактальной размерности. **Результаты и их обсуждение.** Предложен алгоритм фрактального моделирования структуры и свойств малоуглеродистой стали СтЗ, который базируется на установлении границ самоподобия структуры; вычислении спектра размерностей элементов структуры; определении чувствительности между критериями качества металла и размерностными характеристиками структуры; формализации полученных результатов. **Выводы.** Установлены закономерности влияния фрактальной размерности элементов структуры СтЗ на механические свойства. Разработанные модели позволяют прогнозировать свойства малоуглеродистой стали в зависимости от трансформаций ее микроструктуры вследствие воздействия термической обработки.

*Ключевые слова:* металл; механические свойства, микроструктура; фрактальная размерность; модель; критерий чувствительности

## ФРАКТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ МАЛОВУГЛЕЦЕВОЇ СТАЛІ

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,ВОЛЧУК В. М.<sup>2\*</sup>, д. т. н., доц.,ДУБРОВ Ю. И.<sup>3</sup>, д. т. н., проф.

<sup>1</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>3</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Анотація. Вступ.** Неповнота формальної аксіоматики під час ідентифікації структури багатьох матеріалів – це наслідок складної геометричної форми її елементів. Для адекватної апроксимації елементів структури недостатньо застосовувати стандартні методики, які засновані на геометрії Евкліда. Застосування мови фрактальної геометрії дозволяє частково усунути неповноту формальної аксіоматики завдяки використанню фрактальної (дробної) розмірності. **Матеріали та методики.** Об'єктом дослідження стала маловуглецева сталь СтЗпс. Наведено склад, структуру та властивості сталі. Описано розроблену авторами методику розрахунку фрактальної розмірності. **Результати та їх обговорення.** Запропоновано алгоритм

фрактального моделювання структури і властивостей маловуглецевої сталі Ст3, який базується на встановленні меж самоподібності структури; обчисленні спектра розмірностей елементів структури; визначенні чутливості між критеріями якості металу і характеристиками розмірності структури; формалізації отриманих результатів. **Висновки.** Встановлено закономірності впливу фрактальної розмірності елементів структури Ст3 на механічні властивості. Розроблені моделі дозволяють прогнозувати властивості маловуглецевої сталі залежно від трансформацій її мікроструктури, які є наслідком впливу термічної обробки.

*Ключові слова:* метал; механічні властивості, мікроструктура; фрактальна розмірність; модель; критерій чутливості

## FRactal Modeling of the Structure of Low-Carbon Steel

BOL'SHAKOV V.I.<sup>1</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,  
VOLCHUK V.M.<sup>2\*</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), As. Prof.*,  
DUBROV Yu.I.<sup>3</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

<sup>1</sup> Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Establishment "Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Establishment "Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>3</sup> Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Establishment "Pridniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskogo str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Abstract. Introduction.** The incompleteness of formal axiomatics in identifying the structure of many materials is a consequence of the complex geometric shape of its elements. For adequate approximation of the structure elements, it is not enough to use standard techniques that are based on Euclidean geometry. The use of the language of fractal geometry allows to partially eliminate the incompleteness of formal axiomatics through the use of fractal (fractional) dimensions. **Materials and techniques.** The object of the study was Ст3пс mild steel. The composition, structure and properties of steel are given. A method for calculating the fractal dimension developed by the authors is described. **Results and its discussion.** An algorithm is proposed for fractal modeling of the structure and properties of Ст3 low carbon steel, which is based on establishing the limits of self-similarity of the structure; calculation of the spectrum of dimensions of the elements of the structure; determining the sensitivity between the quality criteria of the metal and the dimensional characteristics of the structure; formalization of the results. **Conclusions.** The regularities of the influence of the fractal dimension of the Ст3 structure elements on the mechanical properties are established. The developed models make it possible to predict the properties of mild steel depending on the transformations of its microstructure due to the effects of heat treatment.

*Keywords:* metal; mechanical properties, microstructure; fractal dimension; model; sensitivity criterion

### Введение

Исследованию влияния структуры материалов на их свойства посвящено множество работ [1–5]. Однако влияние различных технологических факторов может приводить к трансформации элементов структуры, которые зачастую аппроксимируются традиционными евклидовыми фигурами (квадратами, окружностями, прямыми отрезками), что вносит определенную погрешность, влияющую на результаты прогноза критериев качества исследуемого материала [6–8].

Сложности, которые возникают при прогнозировании механических свойств на основании результатов, полученных с помощью традиционных методик количественной металлографии, инициируют поиск новых подходов [9].

Использование фрактальной геометрии для оценки структуры материалов позволяет улучшить результаты прогноза их качества благодаря использованию

дробной (фрактальной) размерности в качестве индикатора структурных изменений [10–15]. Например, язык фрактальной геометрии успешно применяется при идентификации многопараметрических многокритериальных технологий [16; 17], прогнозировании качества металлов [18–22], сложных объектов природы [23] и т. д. В работе предлагается применить аппарат фрактальной геометрии для оценки механических свойств малоуглеродистой стали.

### Материалы и методики

Для исследований выбиралась марка стали Ст3пс (круг Ø24 мм). Выбор данной марки стали обусловлен тем, что в настоящее время в Украине основная часть изделий из металла производится из низкоуглеродистых и низколегированных сталей. При этом часть металлопроката приходится на строительные стали, которые благодаря хорошей свариваемости относятся к изделиям ответственного назначения.

Состав стали приведен в таблице 1.

Таблиця 1

**Химический состав стали СтЗпс по массе в % /  
The chemical composition of steel СтЗпс for weight in%**

№ плавки	C	Si	Mn	P	S	Cr
1	0,16	0,07	0,61	0,009	0,022	0,02

Фрактальная размерность структуры стали вычислялась по разработанной авторами методике, базирующейся на сходимости численных значений фрактальной размерности, вычисленной клеточным и точечным способами [24].

### Результаты и их обсуждение

В ходе проведения данной работы установлено, что составляющие структуры (мартенсит, межфазные границы, зерна остаточного аустенита) являются фрактальными объектами в определенном масштабном диапазоне (при ее увеличении от  $\times 100$  к  $\times 500$ ). Отклонения значений фрактальной размерности элементов структуры в этом диапазоне увеличений составило 0,1...0,3 %. Этот факт подтверждает фрактальность микроструктуры металла, поскольку выполняется одно из главных его свойств – самоподобие.

Механические свойства и фрактальная размерность мартенсита ( $D_M$ ) и межфазных границ ( $D_{гр}$ ) определялись в трех реперных точках (табл. 2). Для проверки воспроизводимости опытов для каждой из 9 структур, полученных с применением термической обработки (нагрев до  $930\text{ }^{\circ}\text{C}$  с охлаждением в воде). Получено по 9 фотоснимков структуры ( $\times 500$ ). В каждой реперной точке изготовлено по три ударных и разрывных образца для механических испытаний.

Для сопоставления степени влияния структуры стали на механические свойства использовался в работе коэффициент чувствительности [6; 7]. Его применение позволяет «отфильтровывать» низкие показатели чувствительности и повысить точность прогноза свойств. Отсутствие чувствительности может свидетельствовать о несопоставимости исследуемых величин.

Чувствительность механических свойств ( $HRB$  – твердости;  $\sigma_B$  – предела прочности;  $\sigma_T$  – предела текучести;  $\delta$  – относительного удлинения и  $\psi$  –

относительного сужения) к фрактальной размерности элементов структуры вычислялась по следующей формуле:

$$K = |Y_i - Y_{i+1}| / |X_i - X_{i+1}|,$$

де  $X_i$  та  $X_{i+1}$  – два числа, которые характеризуют выбранные показатели качества (в конкретном случае – механические свойства);  $Y_i$  та  $Y_{i+1}$  – соответствующие им значения фрактальных размерностей элементов структуры.

Результаты вычислений чувствительности механических свойств к фрактальной размерности мартенсита и межфазным границам приведены в таблице 3.

Полученные результаты экспериментов подтверждают корреляцию фрактальной размерности структуры с конкретным механическим свойством. При этом экспериментально установлено, что на свойства металла значительно влияет конфигурация элементов структуры, которая численно отображена во фрактальной размерности. Чувствительность фрактальной размерности мартенсита наблюдается, в основном, к прочностным свойствам ( $HRB$ ,  $\sigma_B$ ,  $\sigma_T$ ). Этот факт согласуется с физико-механическими характеристиками мартенсита закалки как структуры с повышенными прочностными характеристиками. Чувствительность фрактальной размерности межфазных границ, которые существенно влияют на качество сталей, практически наблюдается ко всем механическим свойствам, наиболее к твердости и пределу текучести.

В ходе данной работы установлено, что механические свойства малоуглеродистой стали СтЗпс чувствительны к фрактальным размерностям исследуемых элементов структуры, которая представляет собой мультифрактал и состоит из фрактальных размерностей каждой из структурных составляющих.

Получены математические модели, которые позволяют оценивать качество малоуглеродистой стали СтЗпс на основании анализа ее структуры (табл. 4).

### Выводы

Такой подход делает возможным прогнозировать качество малоуглеродистой стали с учетом фрактальной размерности элементов их структуры.

Таблица 2

Сталь Ст3пс, круг Ø24 мм. Режим термообработки: нагрев до 930 °С, охлаждение в воде /  
Steel Ст3пс, circle Ø24 mm. Heat treatment mode: heating to 930 °С, cooling in water

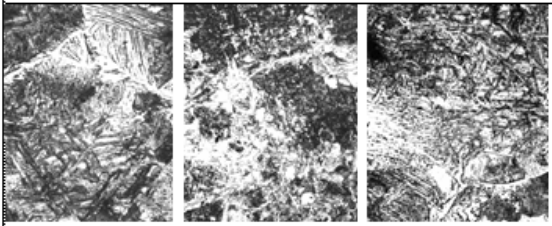
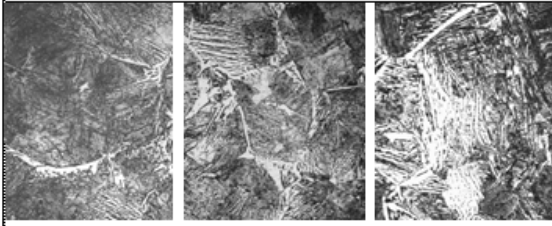
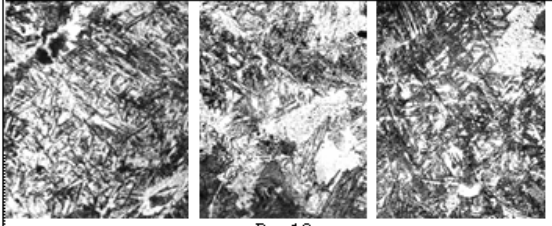
$R$ (мм)			$D_M$	$D_{\text{ср}}$	HRB	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_T$ , МПа	$\delta$ , %	$\psi$ , %			
 <p style="text-align: center;"><math>R = 0</math></p>			Клеточный способ		92	680	610	15	61			
			1,953	1,166								
			1,833	1,320								
			Точечный способ		92	680	610	15	61			
			1,966	1,166								
			1,817	1,320								
					1,903	1,254	<b>93</b>	<b>680</b>	<b>610</b>	<b>15</b>	<b>61</b>	
					<b>1,896</b>	<b>1,247</b>						
			 <p style="text-align: center;"><math>R = 6</math></p>			Клеточный способ		95	760	700	17	63
						1,942	1,209					
1,868	1,268											
Точечный способ		95				760	700	17	63			
1,943	1,209											
1,876	1,268											
		1,887				1,222	<b>95</b>	<b>760</b>	<b>700</b>	<b>17</b>	<b>63</b>	
		<b>1,896</b>				<b>1,233</b>						
 <p style="text-align: center;"><math>R = 12</math></p>						Клеточный способ		95	810	720	15	60
						1,770	1,207					
			1,804	1,272								
			Точечный способ		95	810	720	15	60			
			1,825	1,207								
			1,822	1,272								
					1,940	1,210	<b>96</b>	<b>810</b>	<b>720</b>	<b>15</b>	<b>60</b>	
					<b>1,849</b>	<b>1,230</b>						

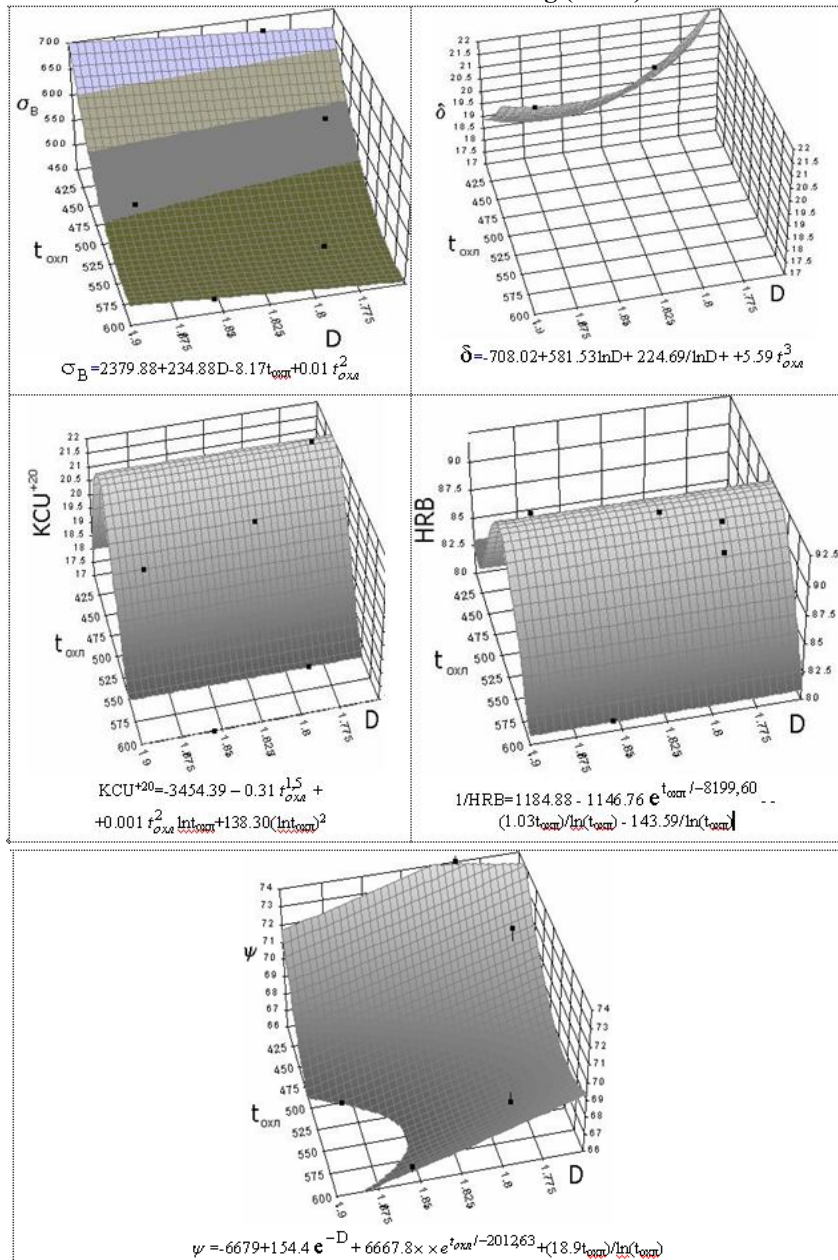
Таблица 3

Коэффициенты чувствительности структуры к механическим свойствам металла /  
The sensitivity of the structure to the mechanical properties of the metal

$R$ (мм)	КСУ <sup>+20</sup> , Дж/см <sup>2</sup>	Коэффициенты чувствительности											
		мартенсит						Межфазные границы					
		$K_{HRB}$	$K_{\sigma_B}$	$K_{\sigma_T}$	$K_{\delta}$	$K_{\psi}$	$K_{КСУ}$	$K_{HRB}$	$K_{\sigma_B}$	$K_{\sigma_T}$	$K_{\delta}$	$K_{\psi}$	$K_{КСУ}$
$R = 0$	12 12 12 12	0,24	0,05	0,03	0,04	0,08	0	0,84	0,28	0,09	0,19	0,18	0,14
$R = 6$	11 11 11 11	1,06	0,31	0,42	0,19	0,69	0	1,14	0,32	0,77	0,35	0,83	0,27
$R = 12$	11 11 11 11	2,26	0,38	0,85	0,20	0,49	0	2,36	0,74	2,24	0,49	0,69	0,88

Таблиця 4

**Зависимость механических свойств стали СтЗпс от фрактальной размерности и температуры конца ускоренного охлаждения (R = 0) / Dependence of the mechanical properties of СтЗпс steel on the fractal dimension and temperature of the end of accelerated cooling (R = 0)**



**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Kroviakov S. Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete / S. Kroviakov, A. Mishutin, O. Pishev // International Journal of Engineering & Technology. – 2018, [S. 1.]. – Vol. 7 – №. 3.2. – Pp. 245–249.
2. Mishutin A. Modified expanded clay light weight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures / A. Mishutin, S. Kroviakov, O. Pishev, B. Soldo // Tehnički glasnik-Technical Journal. – 2017. – Vol. 11. – № 3. – Pp. 121–124.
3. Kroviakov S. Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures / S. Kroviakov, A. Mishutin // The Scientific Journal of Cihan University – Sulaimanya. – 2017. – Vol. 1. – № 4. – Pp. 2–10.
4. Большаков В. И. Влияние структуры аустенита и продуктов его распада на квазихрупкое разрушение высокопрочного толстолистового проката для строительства / В. И. Большаков, Д. В. Лаухин, С. В. Иванцов // Строительство, материаловедение, машиностроение. – Днепропетровск, 2016. – Вып. 89. – С. 30–36.

5. Uzlov O. Investigation of acicular ferrite structure in HSLA steel / O. Uzlov, V. Bolshakov // Proceedings of the "Materials Week 2002". – Frankfurt : Werkstoff-Informationsgesellschaft, 2002. – Режим доступа : [www.irbis-nbuv.gov.ua/.../cgiirbis\\_64.exe](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/.../cgiirbis_64.exe)
6. Bol'shakov V. Fractals and properties of materials : monograph / [V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov] – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p. – Режим доступа : <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
7. Большаков В. Пути применения теории фракталов : монография / [В. Большаков, В. Волчук, Ю. Дубров]. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с. – Режим доступа : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
8. Большаков В. И. Основы организации фрактального моделирования : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев : Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.
9. Bolshakov V. I. Regularization of One Conditionally III-Posed Problem of Extractive Metallurgy / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, Yu. I. Dubrov // Metallofizika i Noveishie Tekhnologii. – 2018. – Vol. 40. – № 9. – Pp. 1165–1171. – Режим доступа : DOI: [10.15407/mfint.40.09.1165](https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165)
10. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature : monograph / [B. B. Mandelbrot]. – New-York, San Francisco : Freeman, 1982. – 480 p. – Режим доступа : <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
11. Большаков В. И. Организация фрактального моделирования / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2018. – № 6. – С. 67–72. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>
12. Большаков В. И. Разработка и исследование метода определения механических свойств металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2004. – № 1. – С. 43–54.
13. Большаков В. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2008. – № 11. – С. 99–107. – Режим доступа : <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/08-11-17.pdf>
14. Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // Tehnički glasnik - Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступа : <https://hrcak.srce.hr/202359>
15. Журавель І. М. Вибір налаштувань під час обчислення поля фрактальних розмірностей зображення / І. М. Журавель // Науковий вісник НЛТУ України – 2018. – Т. 28. – № 2. – С. 159–163. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15421/40280230>
16. Zhuravel' I. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions / I. M. Zhuravel', L. M. Svirs'ka // Materials Science. – 2010. – Vol. 46. – № 3. – Pp. 418–420.
17. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4. – С. 5–11.
18. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2017. – Т. 39. – № 3. – С. 949–957. – Режим доступа : <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>
19. Дубров Ю. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография / [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с. – Режим доступа : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
20. Большаков В. И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2017. – № 4. – С. 42–48. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>
21. Волчук В. Н. К вопросу о применении теории мультифракталов для оценки механических свойств металла / В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 3. – С. 12–19. – Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
22. Большаков В. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2016. – № 5. – С. 35–39. – Режим доступа : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>
23. Большаков В. И. Фрактальный подход при идентификации сложных систем / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2017. – № 6. – С. 46–50. – Режим доступа : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.00>
24. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А України. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. – Бюл. № 11. – 15.11.2002. – Режим доступа : <http://uapatents.com/3-51439-sposib-viznachennya-fraktalno-rozmirnosti-zobrazhennya.html>

## REFERENCES

- Kroviakov S., Mishutin A. and Pishev O. Management of the Properties of Shipbuilding Expanded Clay Lightweight Concrete. International Journal of Engineering & Technology. 2018, [S.1.], vol. 7, no. 3.2, pp. 245–249.
- Mishutin A., Kroviakov S., Pishev O. and Soldo B. Modified expanded clay light weight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures. Tehnički glasnik - Technical Journal. 2017, vol. 11, no. 3, pp. 121–124.
- Kroviakov S. and Mishutin A. Production technology of modified expanded clay lightweight concrete for floating structures. The Scientific Journal of Cihan University – Sulaimanyia. 2017, vol. 1, no. 4, pp. 2–10.
- Bol'shakov V.I., Laukhin D.V. and Ivantsov S.V. *Vliyaniye struktury austenita i produktov yego raspada na kvazikhрупкое razrusheniye vysokoprochnogo tolstolistovogo prokata dlya stroitel'stva* [Influence of austenite structure and its decay products on

the quasi-brittle fracture of high strength plate for building construction]. *Stroitel'stvo, materialovedenie, mashynostroenie* [Building, materials science, mechanical engineering]. Pridnepros'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture : Dnipropetrovs'k, 2016, no. 89, pp. 30–36. (in Russian).

5. Uzlov O. and Bolshakov V. Investigation of Acicular Ferrite Structure in HSLA Steel. "MATERIALS WEEK 2002-Proceedings", ed. Werkstoffwoche-Partnerschaft GbR, Publisher : Werkstoff-Informationsgesellschaft, Frankfurt, 2002.

6. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. Fractals and properties of materials. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.

7. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).

8. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Fundamentals of fractal modeling. Kyiv, Ukraine : PH "Akademperiodyka" National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).

9. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Regularization of One Conditionally ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*. 2018, vol. 40, no 9, pp. 1165–1171.

10. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. New-York, San Francisco : Freeman, 1982, 480 p.

11. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian).

12. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Razrabotka i issledovaniye metoda opredeleniya mekhanicheskikh svoystv metalla na osnove analiza fraktal'noy razmernosti yego mikrostruktury* [Development and study of the method for determining the mechanical properties of a metal based on an analysis of the fractal dimension of its microstructure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2004, no. 1, pp. 43–54. (in Russian).

13. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).

14. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik - Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.

15. Zhuravel' I.M. *Vybir nalashtuvan pid chas obchyslennya polya fraktal'nykh rozmirnostey zobrazhennya* [The choice of parameters when calculating the fractal dimension of the image] *Naukovyy visnyk NLTU Ukrayiny* [Scientific Bulletin of UNFU]. 2018, vol. 28, no 2, pp. 159–163. (in Ukrainian).

16. Zhuravel' I.M. and Svir'ska L.M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*, 2015, vol. 46, no 3, pp. 418–420.

17. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2013, no. 4, pp. 5–11. (in Russian).

18. Volchuk V.M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian).

19. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).

20. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskyye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. (in Russian).

21. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).

22. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. (in Russian).

23. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Fraktal'nyy podkhod pri identifikatsii slozhnykh sistem* [Fractal approach to the identification of complex systems]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 6, pp. 46–50. (in Russian).

24. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noy rozmirnosti zobrazhennya* [Method for Determining the Dimensionality of Images]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).

Поступила в редакцію 17.04.2018.

Принята к печати 20.04.2018.