

УДК 669.017:519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.250619.52.322

АНАЛИЗ БАЛЛОВОЙ ФЕРРИТО-ПЕРЛИТНОЙ СТРУКТУРЫПАРХОМЕНКО Е. Ф.*, *бакалавр.*

* Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепр, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: helenaparkhomenko@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7145-8092

Аннотация. Введение. Стали с ферритно-перлитной структурой широко используются в различных областях народного хозяйства. Для оценки контроля качества таких сталей используются различные методики структурного анализа: оптической и электронной микроскопии, рентгеновского анализа, ультразвуковой диагностики, магнитного резонанса и другие. Применение математических методов позволяет устанавливать связь между элементами структуры и свойствами металла. Соотношение между ферритом и перлитом зафиксировано балловой оценкой и используется в металлографических методах контроля качества выпускаемой металлопродукции. Однако возникающая при идентификации некоторых перлитных структур сталей и чугунов неполнота формальной аксиоматики, согласно Гедделю, инициирует поиск различных подходов к их оценке. Для фиксации изменений конфигурации зеренной структуры перлита и феррита предлагается применить теорию фракталов. **Материалы и методика.** Исследовалась балловая шкала феррито-перлитных структур от 1 до 10 согласно ГОСТ 8233 путем вычисления фрактальной размерности феррита и перлита. **Результаты эксперимента.** Предложен дополнительный метод оценки ферритно-перлитной структуры, который базируется на фрактальном анализе их балловой шкалы. В работе установлено, что фрактальная размерность как зерен феррита, так и перлита на плоскости возрастает при повышении их процентного содержания от 1,45 до 1,98. Этот факт объясняется чувствительностью фрактальной размерности к заполняемости пространства той или иной структурной составляющей. **Выводы.** Полученные результаты при фрактальном анализе шкалы 7 соотношения феррита и перлита согласно ГОСТ 8233 свидетельствуют о возможности использования их фрактальной размерности в качестве индикатора изменений структуры. Подобный подход можно применять при приемо-сдаточных работах сталей с ферритно-перлитной структурой.

Ключевые слова: феррит; перлит; фрактальная размерность; металл; балловая шкала

АНАЛІЗ БАЛОВОЇ ФЕРИТО-ПЕРЛІТНОЇ СТРУКТУРИПАРХОМЕНКО О. Ф.*, *бакалавр.*

* Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: helenaparkhomenko@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7145-8092

Анотація. Вступ. Сталі з феритно-перлітною структурою широко використовуються в різних галузях народного господарства. Для оцінювання контролю якості таких сталей застосовуються різні методики структурного аналізу: оптичної та електронної мікроскопії, рентгенівського аналізу, ультразвукової діагностики, магнітного резонансу та інші. Застосування математичних методів дозволяє встановлювати зв'язок між елементами структури і властивостями металу. Співвідношення між ферритом та перлітом зафіксоване бальною оцінкою і використовується в металографічних методах контролю якості металлопродукції, що випускається. Однак під час ідентифікації деяких перлітових структур сталей і чавунів виникає неповнота формальної аксиоматики згідно з Гедделем, що ініціює пошук різних підходів до їх оцінювання. Для фіксування змін конфігурації зеренної структури перліту та фериту пропонується застосувати теорію фракталів. **Матеріали та методика.** Досліджувалася бальна шкала феритно-перлітних структур від 1 до 10 згідно з ГОСТ 8233 шляхом обчислення фрактальної розмірності фериту та перліту. **Результати експерименту.** Запропоновано додатковий метод оцінювання феритно-перлітної структури, який базується на фрактальному аналізі їх балової шкали. У роботі встановлено, що фрактальна розмірність зерен як фериту, так і перліту на площині зростає при підвищенні їх процентного вмісту від 1,45 до 1,98. Цей факт пояснюється чутливістю фрактальної розмірності до заповнюваності простору тієї чи іншої структурної складової. **Висновки.** Отримані результати під час фрактального аналізу шкали 7 співвідношення фериту і перліту згідно з ГОСТ 8233 свідчать про можливість використання їх фрактальної розмірності як індикатора змін структури. Подібний підхід можна застосовувати під час приймально-здавальних робіт сталей з феритно-перлітною структурою.

Ключові слова: ферит; перліт; фрактальна розмірність; метал; бальна шкала

ANALYSIS OF THE POINT FERRITE-PERLITE STRUCTUREPARKHOMENKO O.F., *Bachelor*

Department of Materials Science and Materials Processing, State Higher Education Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho str., Dnipro 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: helenaparkhomenko@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7145-8092

Abstract. Introduction. Steel with ferrite-perlite structure is widely used in various areas of the national economy. To assess the quality control of such steels, various methods of structural analysis are used: optical and electron microscopy, X-ray analysis, ultrasound diagnostics, magnetic resonance, and others. The use of mathematical methods allows us to establish a relationship between the structure and properties of the metal. The ratio between ferrite and perlite is fixed by scoring and is used in metallographic methods of quality control of manufactured metal products. However, the incompleteness of formal axiomatics arising from the identification of certain perlite structures of steels and cast irons, according to Gödel, initiates a search for various approaches to their evaluation. To fix changes in the configuration of the grain structure of perlite and ferrite, it is suggested that the theory of fractals should be applied. **Materials and methods.** The point scale of ferrite-perlite structures from 1 to 10 according to GOST 8233 was investigated by calculating the fractal dimension of ferrite and perlite. **Results of the experiment.** An additional method for estimating the ferrite-perlite structure is suggested, it is based on a fractal analysis of their point scale. It is found that the fractal dimension of both the ferrite and perlite grains on the plane increases with an increase in their percentage from 1.45 to 1.98. This fact is explained by the sensitivity of the fractal dimension to occupancy of the space of one or another structural component. **Conclusions.** The results obtained in the fractal analysis of the scale 7 of the ratio of ferrite and perlite according to GOST 8233 indicate the possibility of using their fractal dimension as an indicator of changes in the structure. A similar approach can be applied in the acceptance work of steels with a ferrite-perlite structure.

Keywords: ferrite; perlite; fractal dimension; metal; point scale

Введение

Стали с ферритно-перлитной структурой широко используются в различных отраслях строительства благодаря хорошему сочетанию прочностных и пластических свойств. Феррит имеет следующие свойства [1]: $\sigma_{\text{в}} = 250$ МПа; $\text{HB} = 800\text{--}1000$ МПа; $\delta = 40\%$ и $\psi = 80\%$. Предел прочности перлитной составляющей может достигать 800 МПа, $\delta = 10\text{--}12\%$ согласно [1]. Ферритно-перлитную структуру одни стали имеют в процессе заводской поставки, что не требует затрат на проведение термообработки. Для получения ферритно-перлитной структуры для других сталей применяют различные режимы термической обработки (нормализация и т. д.).

Балловая оценка величины зерна металлов позволяет контролировать влияние технологии на их качество. Критериями качества, в первую очередь, являются механические свойства металлов. Например, в [2] показано, что с ростом размера зерна феррита снижение уровня усталостной прочности обусловлено ускорением процессов локализации пластического течения. Одно из объяснений указанного явления – начало формирования периодических дислокационных структур подобных ячеистым. Балловой оценкой пользуются в производственных целях и для решения научных задач. Однако одновременное изменение балла зерна ферритно-перлитной структуры и соотношения ее составляющих осложняет прогноз критериев качества. Прогноз качества материалов на основании анализа их структуры и состава производится с применением методик, включая имитационное моделирование [3], теоретико-информационный подход [4], экспертные оценки [5], планирование экспериментов, статистический анализ и др. [6, 7].

Для оценки структуры и свойств материалов успешно применяется язык фрактальной геометрии [8–11]. Его используют при определении критериев качества многопараметрических технологий

[12–14], решении некорректных задач материаловедения [15] вследствие возникающей неполноты формальной аксиоматики согласно Геделю [16] при идентификации микроструктуры чугунных валков исполнения СШХНМ-55 [17], дислокационной структуры мартенсита отпуска после закалки в воде и отпуска при $650\text{ }^{\circ}\text{C}$ (1 час) высокопрочной строительной стали 14Х2ГМР [18]. Например, в [19] показано, что фрактальная размерность элементов структуры малоуглеродистой стали Ст3пс (круг сечением 24 мм) после различных режимов термической обработки может выступать индикатором изменения ее механических характеристик.

Предлагается исследовать фотоснимки ферритно-перлитной структуры металла из ГОСТ 8233 (Шкала 7) [20] с применением теории фракталов.

Материалы и методики

Фотоснимки ферритно-перлитной структуры исследовались с содержанием этих составляющих: от 0 до 100 %. В зависимости от количества ферритной или перлитной составляющих структура сталей подразделяется на 10 баллов согласно таблице и приведенной на рисунке 1 шкале 7.

Таблица

Соотношение перлита и феррита [20] /
The ratio of perlite and ferrite [20]

| Балл | Перлит, % | Феррит, % |
|------|-----------|-----------|
| 1 | 100 | 0 |
| 2 | 95 | 5 |
| 3 | 85 | 15 |
| 4 | 75 | 25 |
| 5 | 65 | 35 |
| 6 | 50 | 50 |
| 7 | 35 | 65 |

| Балл | Перлит, % | Феррит, % |
|------|-----------|-----------|
| 8 | 20 | 80 |
| 9 | 5 | 95 |
| 10 | 0 | 100 |

Согласно ГОСТ 8233 подобная шкала может использоваться при определении количества перлита и феррита независимо от структуры перлита, встречающейся в виде пластин или зерен. Для оценки

разновидностей структуры перлита применяются другие шкалы. Фрактальная размерность фотографий из ГОСТ 8233 определялась с помощью запатентованной и апробированной методики [21]. Методика базируется на поиске сходимости результатов расчета фрактальной размерности элементов структуры, вычисленной при помощи клеточного и точечного способов (рис. 2) [19].

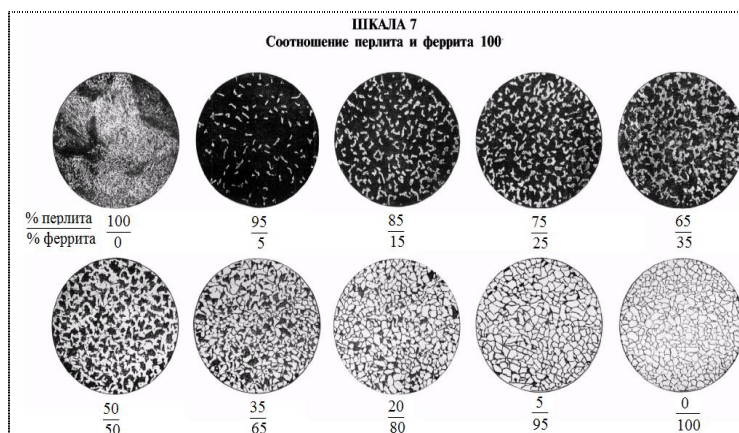


Рис. 1. Эталонная шкала 7, используемая для оценки соотношения феррита и перлита (увеличение 1:5) [20] / Fig. 1. Reference scale 7 used to estimate the ratio of ferrite and perlite (1: 5 increase) [20]

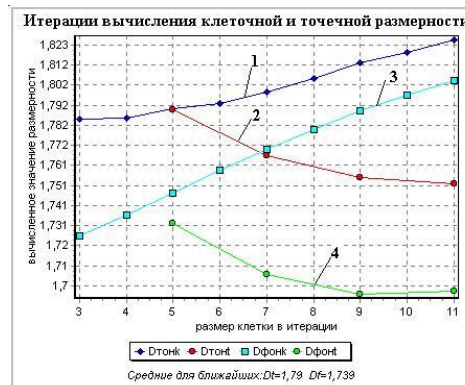


Рис. 2. Зависимость фрактальной размерности от размера клетки [19] / Fig. 2. The dependence of the fractal dimension of the cell size [19]

На рисунке 2 линии 1 и 2 показывают изменение значений фрактальной размерности в зависимости от шага и номера итерации (размера клетки) для тона (программа автоматически выбирает за тон темные объекты изображения), вычисленного с помощью двух способов: клеточного $D_{тон.к}$ и точечного $D_{тон.л}$. Аналогичная операция расчета производится для светлых объектов изображения (линии 3 и 4 для значений $D_{фон.к}$ и $D_{фон.л}$). Такой подход позволяет определить наиболее точное значение фрактальной размерности, соответствующее каждой структуре в зависимости от размеров ее элементов. Линии 1 и 2 показывают сходимость на пятом шаге итерации, при котором значения фрактальных размерностей, вычисленных двумя способами, равны соответственно: для клеточного способа $D_{тон.к} = 1,831$ и для точечного способа $D_{тон.л} = 1,831$. Линии 3 и 4 имеют максимальную сходимость также на пятом шаге итерации, при котором значения фрактальных размерностей равны соответственно $D_{фон.к} = 1,716$ и $D_{фон.л} = 1,678$.

Фрактальная размерность ферритно-перлитной структуры вычислялась для фотографий из ГОСТ 8233 шкалы 7 в масштабе 1:1, а на рисунке 1 приведена в уменьшенном масштабе 1:5.

Предложенная методика анализа ферритно-перлитной структуры применима для различных увеличений объекта идентификации при условии перевода фотоснимка в 256-цветный формат BMP с оттенками серого цвета.

Результаты эксперимента

В зависимости от возрастания балла ферритно-перлитной структуры с 1 до 10 фрактальная размерность зерен феррита повышается до 1,93 (рис. 3), а фрактальная размерность зерен перлита уменьшается с 1,96 до 1,29 (рис. 4). Одним из факторов повышения фрактальной размерности феррита служит возрастанием его содержания от 0 % при балле 1 до 100 % при балле 10. Это можно объяснить повышением компактности заполнения пространства ферритом вследствие возрастания его процентного содержания (рис. 5). Соотношения на рисунке 3–6 описываются уравнениями (1–4) соответственно:

$$D = 0,0095n^2 - 0,0589n + 1,6507, R^2 = 0,57 \quad (1)$$

$$D = -0,0105n^2 + 0,0508n + 1,896, R^2 = 0,96 \quad (2)$$

$$D = 0,0041S + 1,5028, R^2 = 0,52 \quad (3)$$

$$D = 0,0053S + 1,491, R^2 = 0,83, \quad (4)$$

где D – фрактальная размерность феррита (для уравнения 1) и перлита (для уравнения 2); n – балл ферритно-перлитной структуры; S – площадь, занимаемая ферритом (для уравнения 3) и перлитом (для уравнения 4).

Исключением является относительно высокий показатель размерности феррита 1,85 при балле 1 (рис. 3), поскольку при 100 % содержании перлита рассматривается размерность его ферритной фазы.

Это отклонение показателя фрактальной размерности феррита обеспечило невысокий коэффициент парной корреляции $R^2 = 0,57$ уравнения регрессии (1) и $R^2 = 0,52$ для (3). Показатели фрактальной размерности феррита 1,31 при балле 2 и 1,45 при балле 3 (рис. 3) обусловлены его невысоким содержанием 5 % и 15 %.

В этом случае весомый вклад во фрактальную размерность феррита вносят границы зерен, длина l которых связана с D зависимостью: $L \sim \delta^D$, где δ – выбранный при итерации размер звена границы зерна.

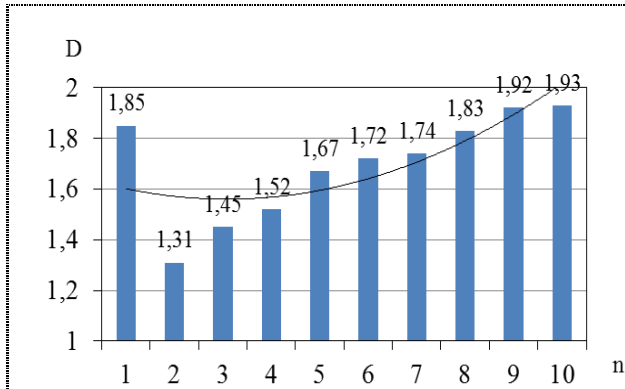


Рис. 3. Распределение балла n от фрактальной размерности D феррита / Fig. 3. The distribution of points n from the fractal dimension D ferrite

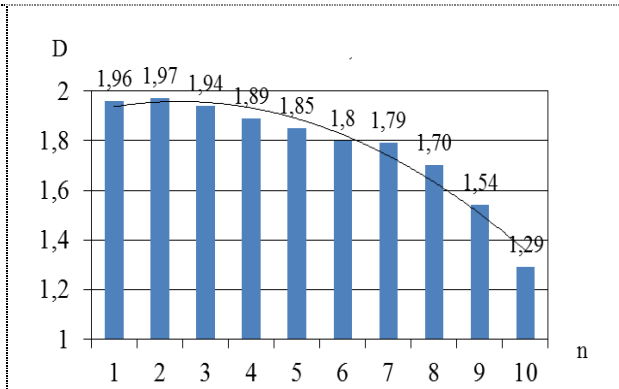


Рис. 4. Распределение балла n от фрактальной размерности D перлита / Fig. 4. The distribution of points n from the fractal dimension D of perlite

Зафиксирован рост фрактальной размерности зерен перлита при повышении его содержания (рис. 6). Повышение размерности перлита также обусловлено повышением компактности заполнения им двумерного пространства, поскольку при данном

увеличении перлита в 100 раз эвтектидная смесь двух фаз – феррита и цементита – не разрешается. В этом случае зерна перлита при расчете их фрактальной размерности идентифицируются как темные включения.

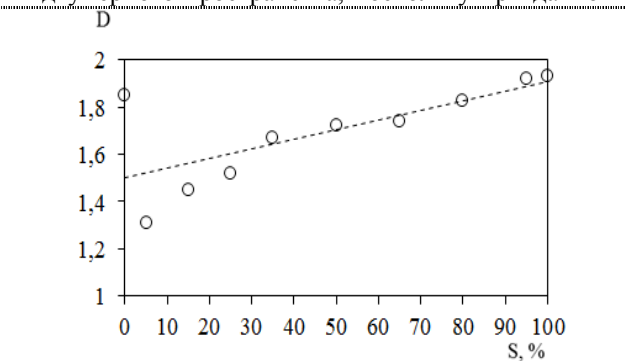


Рис. 5. Зависимость фрактальной размерности феррита от его содержания / Fig. 5. Dependence of the fractal dimension of ferrite on its content

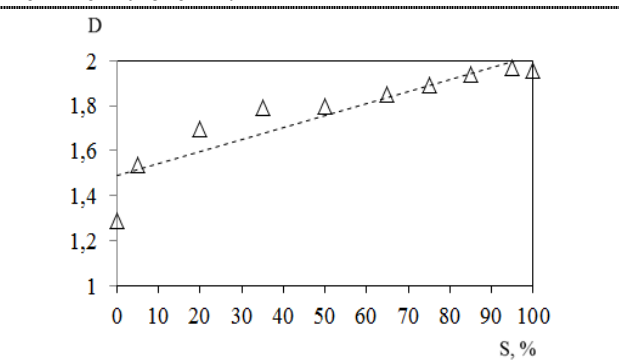


Рис. 6. Зависимость фрактальной размерности перлита от его содержания / Fig. 6. Dependence of the fractal dimension of perlite on its content

В заключение следует отметить, что фрактальная размерность зерен феррита и перлита может достигать топологической размерности 2 рассматриваемого пространства вследствие повышения их процентного содержания. Это объясняется повышением компактности заполняемого пространства ферритом и перлитом соответственно.

Выводы

Проведен анализ балловой ферритно-перлитной структуры с применением теории фракталов. Установлены соотношения между эталонной шкалой 7 (ГОСТ 8233) и фрактальной размерностью перлита

и феррита. Полученные результаты свидетельствуют о чувствительности фрактальной размерности феррита и перлита к изменению их процентного содержания. Возможная связь между механическими свойствами сталей с ферритно-перлитной структурой и их фрактальной размерностью может быть установлена только после определения коэффициента чувствительности между этими характеристиками, как это показано, например, в [19].

Соответственно, данная методика позволяет рассматривать фрактальную размерность как дополнительную количественную оценку ферритно-перлитной структуры сталей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гуляев А. П. *Металловедение* / А. П. Гуляев – Москва : Metallurgy, 1986. – 542 с.
2. Перков О. Н. О механизме влияния размера зерна феррита на усталостную прочность низкоуглеродистой стали / О. Н. Перков, В. М. Кузьмичёв // *Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии: сб. научн. тр. – Днепропетровск : ИЧМ НАН Украины, 2014. – Вып. 29. – С. 264–269. – Режим доступа : <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/143938>*
3. Имитационное моделирование : монография / [В. П. Строгалев, И. О. Толкачева]. – Москва : МГТУ им. Баумана, 2008. – 288 с.
4. Большаков В. И. Применение теоретико-информационного подхода для идентификации структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 8. – С. 4–9. – Режим доступа : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/4134>*
5. Mishutn A. Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures / A. Mishutn, S. Kroviakov, O. Pishev, B. Soldo // *Technical Journal. – 2017. – Vol. 11, № 3. – Pp. 121–124. – Режим доступа : <https://hrcak.srce.hr/186657>*
6. Большаков В. И. Формирование модели прогноза качества материала, основанной на экспертной оценке и активном эксперименте / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Л. Н. Дейнеко, Ю. И. Дубров // *Компьютерное материаловедение и обеспечение качества : матер. к 45-му Междунар. сем. по моделированию и оптимизации композитов. – Одесса : АстроПринт, 2006. – С. 146–150.*
7. Волчук В. М. Ранжування елементів хімічного складу металу / В. М. Волчук, О. Р. Живица // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2018. – № 3. – С. 36–41. – Режим доступа : <https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.250918.36.194>*
8. Основы организации фрактального моделирования : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев: Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.
9. *Fractals and properties of materials : monograph* / [V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov]. – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p.
10. Пути применения теории фракталов : монография / [В. Большаков, В. Волчук, Ю. Дубров]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с.
11. Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // *Tehnički glasnik - Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступа : <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>*
12. Дубров Ю. Пути индентификации периодических многокритериальных технологий : монография / [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Саарбрюккен: Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с.
13. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Металознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4. – С. 5–11.*
14. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // *Металлофизика и новейшие технологии. – 2017. – Т. 39. – № 3. – С. 949–957. – Режим доступа : <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>*
15. Bolshakov V. I. Regularization of One Conditionally Ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, Yu. I. Dubrov // *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii. – 2018. – Vol. 40. – № 9. – Pp. 1165–1171. – Режим доступа : <https://DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165>*
16. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I / K. Gödel // *Monatshefte für Mathematik und Physik. – 1931. – Vol. 38. – № 1. – Pp. 173–198. – Режим доступа : <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01700692>*
17. Большаков Вад. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков В. І. Большаков, В. М. Волчук, Ю. І. Дубров // *Вісник НАН України. – 2014. – № 12. – С. 45–48. – Режим доступа : <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>*
18. Bolshakov V. I. Evaluation of High Strength Steel Fatigue / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, O. F. Parhomenko // *UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4-6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey. – 2019. – Vol. 4. – Pp. 415–417. – Режим доступа : <https://drive.google.com/open?id=1jfWwEhSuRl-3bGcv-dG7CzYnmMh7KcVT>*
19. Большаков В. И. Разработка и исследование метода определения механических свойств металла на основе анализа фрактальной размерности его микроструктуры / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Металознавство та термічна обробка металів. – 2004. – № 1. – С. 43–54.*
20. ГОСТ 8233-56 (1956). Сталь. Эталоны микроструктуры.
21. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. – Бюл. № 11. – 15.11.2002.

REFERENCES

1. Gulyayev A.P. *Metallovedeniye* [Metallography]. Moscow : Metallurgy, 1986, 542 p. (in Russian).
2. Perkov O.N. and Kuz'michov V.M. *O mekhanizme vliyaniya razmera zerna ferrita na ustalostnyuyu prochnost' nizkouglerodistoy stali* [On the mechanism of influence of the grain size of ferrite on the fatigue strength low carbon steel]. *Fundamental'nyye i prikladnyye problemy chernoy metallurgii* [Fundamental and applied problems of ferrous metallurgy]. – Dnipropetrovsk: IFM NAS of Ukraine, 2014, no. 29, pp. 264–269. (in Russian).

3. Strogalev V.P. and Tolkacheva I.O. *Imitatsionnoye modelirovaniye* [Imitation modeling]. Moscow: MG TU named Bauman, 2008, 288 p. (in Russian).
4. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye teoretiko-informatsionnogo podkhoda dlya identifikatsii struktury metalla* [The use of information-theoretic approach to identify the structure of the metal]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 8, pp. 4–9. (in Russian).
5. Mishutn A., Kroviakov S., Pishev O. and Soldo B. Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled reinforced concrete floating structures. *Technical Journal*, 2017, vol. 11, no. 3, pp. 121–124.
6. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N., Dubrov Yu.I. and Deyneko L.N. *Formirovanie modeli prognoza kachestva materiala, osnovannoy na `ekspertnoj ocenke i aktivnom `eksperimente* [Formation of a model for predicting the quality of a material based on expert judgment and an active experiment]. *Komp'yuternoe materialovedenie i obespechenie kachestva : mater. k 45-mu mezhdunar. sem. po modelirovaniyu i optimizatsii kompozitov* [Computer Science and Quality Assurance : mater. to the 45th Intern. Sem. on modeling and optimization of composites]. Odessa : AstroPrint, 2006, pp. 146–150. (in Russian).
7. Volchuk V.M. and Zhivitsa O.R. *Ranzhuvannya elementiv khimichnoho skladu metalu* [Ranking of elements of chemical composition of metal]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2018, no. 3, pp. 36–41. (in Ukrainian).
8. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Fundamentals of fractal modeling*. Kyiv, Ukraine : PH "Akadempriodyka" National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
9. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.
10. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).
11. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik - Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
12. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
13. Bolshakov V. I., Volchuk V. N. and Dubrov Yu. I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2013, no. 4, pp. 5–11. (in Russian).
14. Volchuk V. M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyskiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian).
15. Bolshakov V. I., Volchuk V. M. and Dubrov Yu. I. Regularization of One Conditionally Ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*, 2018, vol. 40, no. 9, pp. 1165–1171.
16. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198.
17. Bolshakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).
18. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Evaluation of High Strength Steel Fatigue. UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4–6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey, 2019, vol. 4, pp. 415–417.
19. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Razrabotka i issledovaniye metoda opredeleniya mekhanicheskikh svoystv metalla na osnove analiza fraktal'noy razmernosti yego mikrostruktury* [Development and study of the method for determining the mechanical properties of a metal based on an analysis of the fractal dimension of its microstructure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2004, no. 1, pp. 43–54. (in Russian).
20. GOST 8233-56 (1956). *Stal'. Etalony mikrostruktury* [Steel. Standards of microstructure]. (in Russian).
21. Bolshakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noyi rozmirnosti zobrazhennya* [Method for determining fractal dimensionality of an image]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).

Поступила в редакцию 17.05.2019