

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMHTM.2413.261218.31.562

## WAYS OF COMPENSATION OF INCOMPLETE FORMAL AXIOMATICS IN IDENTIFICATION OF COMPLEX OBJECTS

VOLCHUK V.M.<sup>1\*</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), As. Prof.*,  
DUBROV Yu.I.<sup>2</sup>, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*

<sup>1\*</sup> Department of Materials Science and Material Processing, State Higher Education Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>2</sup> Department of Materials Science and Material Processing, State Higher Education Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Abstract. Introduction.** The discrepancies between the results of modeling and the data obtained after direct experiments on a real object indicate incompleteness of the formal axiomatics of the existing methods of research in various fields of science and technology. To assess the incompleteness of the formal axiomatics of the object, the theorem of K. Godel and the principle of “external complementing of S. Bir” are used. In purpose to compensate for the incompleteness of formal axiomatics, it is proposed to perform modeling of the microstructure of an object with the use of a language of a higher level. **Theoretical basis and results.** As an example, the cast iron structure represented by the fractal model is considered. Comparison of the analysis results of the structure and mechanical properties of cast iron with the use of fractal and traditional methods with field testing data is carried out. The correlation coefficients between the topological characteristics of the structure of cast-iron rolls of the brand SPHN (percentage content of perlite and carbides) and mechanical properties are 0,53 and 0,52, respectively. Between the fractal dimensions of perlite and carbides and the mechanical properties of these rolls, the coefficients of correlation make up 0,94 and 0,93, respectively. The obtained results indicate the prospects of using fractal geometry for the identification of complex objects in comparison with the Euclidean geometry. **Originality.** In order to partially eliminate the incompleteness of the formal axiomatics that arises when identifying the structure and properties of complex objects, according to the principle of “external addition” S. Bier, it is shown that it is possible to apply a higher level language fractal geometry. **Conclusion.** An algorithm is proposed for partial compensation of the incompleteness of the formal axiomatics of the structure of complex objects using fractal modeling. The results obtained highlight the prospects of using the fractal geometry to partially compensate for the incompleteness of the formal axiomatics in the model under consideration.

**Keywords:** *incompleteness of formal axiomatic; complex object; fractal geometry; the principle “external additions”; cast iron*

## ШЛЯХИ КОМПЕНСАЦІЇ НЕПОВНОТИ ФОРМАЛЬНОЇ АКСІОМАТИКИ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СКЛАДНИХ ОБ’ЄКТІВ

ВОЛЧУК В. М.<sup>1\*</sup>, *д. т. н., доц.*,  
ДУБРОВ Ю. І.<sup>2</sup>, *д. т. н., проф.*

<sup>1\*</sup> Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>2</sup> Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Анотація. Вступ.** Невідповідності між результатами моделювання і даними, отриманими після проведення прямих експериментів на реальному об’єкті, свідчать про неповноту формальної аксіоматики існуючих на сьогоднішній день методів дослідження в різних галузях науки та техніки. Для оцінювання неповноти формальної аксіоматики об’єкта використовується теорема К. Геделя і принцип «зовнішнього доповнення» С. Біра. З метою компенсації неповноти формальної аксіоматики у статті пропонується здійснювати моделювання мікроструктури об’єкта з використанням мови більш високого рівня. **Основна частина.** Як приклад розглядається структура чавуну, яка надається фрактальною моделлю. Проведено зіставлення результатів аналізу структури і механічних властивостей чавуну із застосуванням фрактальних та традиційних методик із даними натурних випробувань. Коефіцієнти кореляції між топологічними характеристиками структури чавунних валків марки СПХН (відсотковий вміст перліту та карбідів) і механічними властивостями складають 0,53 та 0,52 відповідно. Між фрактальної розмірністю перліту і карбідів і механічними властивостями цих валків коефіцієнти кореляції становлять 0,94 і 0,93 відповідно. Отримані результати свідчать про перспективи використання фрактальної геометрії для ідентифікації складних об’єктів порівняно з геометрією Євкліда. **Новизна.** Для часткового

усунення неповноти формальної аксіоматики, що виникає під час ідентифікації структури та властивостей складних об'єктів, відповідно до принципу «зовнішнього доповнення» С. Біра, показано, що можна застосовувати мову більш високого рівня – фрактальну геометрію. **Висновки.** Запропоновано алгоритм часткової компенсації неповноти формальної аксіоматики структури складних об'єктів із застосуванням фрактального моделювання. Отримані результати висвітлюють перспективи використання фрактальної геометрії для часткової компенсації неповноти формальної аксіоматики в розглянутій моделі.

**Ключові слова:** неповнота формальної аксіоматики; складний об'єкт; фрактальна геометрія; принцип «зовнішнього доповнення»; чавун

## ПУТИ КОМПЕНСАЦИИ НЕПОЛНОТЫ ФОРМАЛЬНОЙ АКСИОМАТИКИ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

ВОЛЧУК В. Н.<sup>1\*</sup>, д. т. н., доц.,  
ДУБРОВ Ю. И.<sup>2</sup>, д. т. н., проф.

<sup>1\*</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@gmail.com](mailto:volchuky@gmail.com), ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

<sup>2</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Аннотация. Введение.** Несоответствия между результатами моделирования и данными, полученными после проведения прямых экспериментов на реальном объекте, свидетельствуют о неполноте формальной аксиоматики существующих на сегодняшний день методов исследования в различных областях науки и техники. Для оценки неполноты формальной аксиоматики объекта используется теорема К. Геделя и принцип «внешнего дополнения» С. Бира. С целью компенсации неполноты формальной аксиоматики в работе предлагается осуществлять моделирование микроструктуры объекта с использованием языка более высокого уровня. **Основная часть.** В качестве примера рассматривается структура чугуна, представляемая фрактальной моделью. Проведено сопоставление результатов анализа структуры и механических свойств чугуна с применением фрактальных и традиционных методик с данными натурных испытаний. Коэффициенты корреляции между топологическими характеристиками структуры чугунных валков марки СПХН (процентное содержание перлита и карбидов) и механическими свойствами составляют 0,53 и 0,52 соответственно. Между фрактальной размерностью перлита и карбидов и механическими свойствами этих валков коэффициенты корреляции составляют 0,94 и 0,93 соответственно. Полученные результаты свидетельствуют о перспективах использования фрактальной геометрии для идентификации сложных объектов по сравнению с геометрией Евклида. **Новизна.** Для частичного устранения неполноты формальной аксиоматики, возникающей при идентификации структуры и свойств сложных объектов, в соответствии с принципом «внешнего дополнения» С. Бира, показано, что можно применять язык более высокого уровня – фрактальную геометрию. **Выводы.** Предложен алгоритм частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики структуры сложных объектов с применением фрактального моделирования. Полученные результаты подчеркивают перспективы использования фрактальной геометрии для частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики в рассматриваемой модели.

**Ключевые слова:** неполнота формальной аксиоматики; сложный объект; фрактальная геометрия; принцип «внешнего дополнения»; чугун

### Introduction

The Gödel's incompleteness theorem proved that in theories being constructed on the basis of the formal axiomatic, the values of the source terms and their interpretations are incomplete, which is conditioned by the language incompleteness of statements [1].

In this connection, extending conclusions of this theorem for assertion, which defines, for example, the complex system quality, one knows that it is incomplete. This incompleteness is due to some uncertainty, primarily caused by relativity of measurements, without which it is impossible to do anything in defining one or another pattern, as well as by inevitable incompleteness of statements wording. In order to partially eliminate the incompleteness of the formal axiomatic of the statements, S. Beer

recommended to use the principle of “external additions”, based on application of the higher-level language, used for wording the statements [2]. The newly selected solutions, expressed by the higher-level language, are intended to eliminate disadvantages of the language being initially used [3; 4]. Application of the newly selected language serves as a practical method aimed at partial overcoming the difficulty, which is a consequence of the Gödel's theorem.

The aim of the paper was to show the ways to compensate for the incompleteness of the formal axiomatics arising in the identification of complex systems, illustrated in terms of the example by applying a language of a higher level.

**Theoretical basis and results**

S. Beer recommended that in order to go beyond the initially selected language, but, at the same time, not to be out of touch with the real situation, it should be attached to such a property of the system that is indissolubly related to its real existence.

For example, it is obviously that for most of materials such property is one or another characteristics of their quality. To show this, let us opt for currently existing processes targeted at identifying the structure of a material, which, as it is shown by experience and numerous theoretical studies, is a reflection of its quality characteristics [5–7]. In this case, the approximation of elements of the structure with complex geometrical form configuration is made, as a rule, by integral Euclid figures, which introduces the certain error in findings of the quality material characteristics. This fact initiates the possibility to replace geometric characteristics of the structure elements (length, area, volume) with more differentiated assessment.

With the view to partial elimination of the incompleteness of the statement formal axiomatic, according to S. Beer principle of the “external additions”, we use the higher-level language. In our opinion, this language is the language of fractal approximation of the metal structure. This choice is based on the fact that a huge number of real physical systems possess (in respective scale ranges) the fractal nature being characterized by the fractional dimension [8–11]. Considering the lack of satisfactory mathematical descriptions of processes taking place, for example, when alloying metals (i.e. those, which would

be applied in practical calculations and would be reliable enough) it is fair to assume that such complex system, as the metal, and more precisely, its components, has not integral, but fractional dimension, i.e. this system relates to fractals [12–17]. The concept of a fractal is virtually connected just as with the metal structure characteristic, so with physical, m characteristics of products being manufactured therefrom: with rough surface, volume, density and other [18–20].

We will show how different are the quality characteristics of the metal (for example, iron) using for approximation of its structure just as the method of the metallographic analysis, so the method based on application of the fractal theory.

At bottom of the method for calculating the fractal dimension  $D$  according to Hausdorff [21] there is the idea that the set under study – a line, plane or volume – is covered respectively by straight-line segments, squares, and cubes with the given size  $\delta$ . By means of the crossplot it counts the number of cells  $N(\delta)$ , which covered the object under study:  $D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}$ .

For example, the divergences between results of prediction of the impact strength KC and hardness HSD (Fig. 1) for cast iron rolls with the structure of the flake graphite, alloyed by chrome and nickel (CNSF), and based on determination of the structure elements area (pearlite, carbides, flake graphite) as well as on appraisal of graphite by points (semi-quantitative), illustrate the difficulties that arise in forecast using the previously known methods.

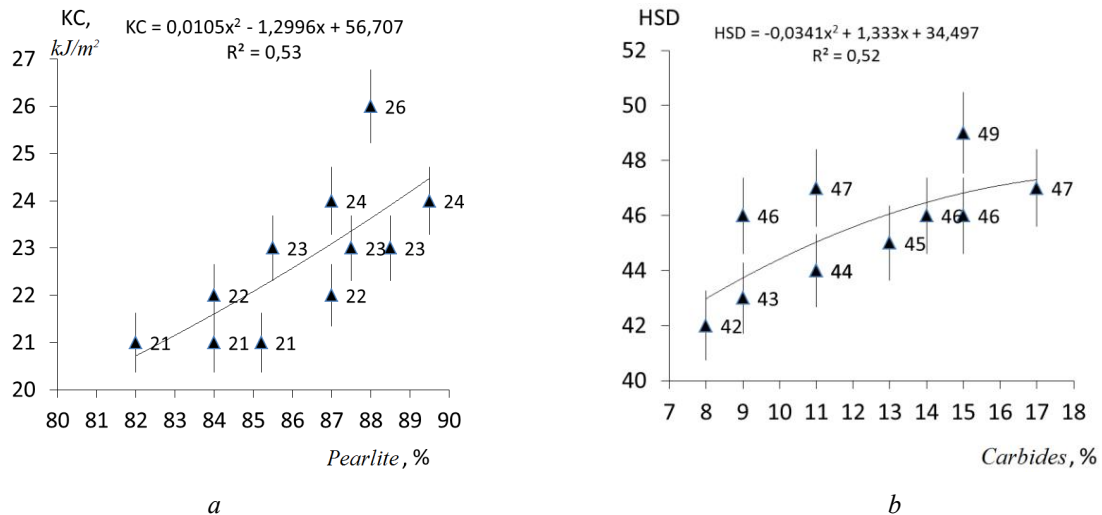


Fig. 1. Dependence of impact strength (a) and hardness (b) on parameters of the structure of roll-foundry iron with the graphite flake form

This fact demonstrates the formal axiomatic incompleteness [3], arising in description of the metal structure elements by means of traditional configurations

of Euclidean geometry, which triggers the need to use other promising approaches to the structure assessment.

The structure of cast iron consisted of pearlite, graphite and carbides (Fig. 2 a, b).

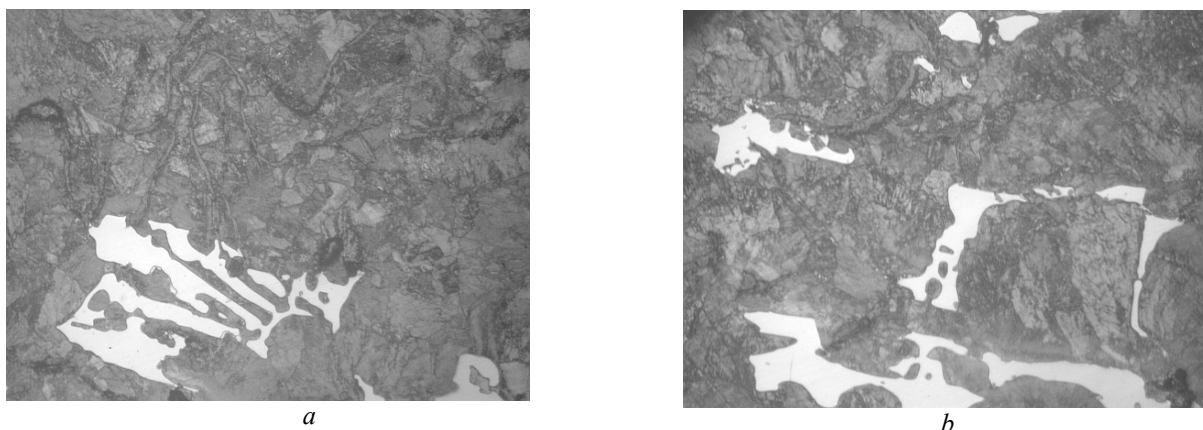


Fig. 2. Structure of the working layer of cast iron roll barrels CIIXH-45 (a) and CIIXH-49 (b) at the distance of 10 mm from the surface: colonies of ledeburite, graphite eutectic, pearlite matrix, HNO<sub>3</sub> etching, ×200

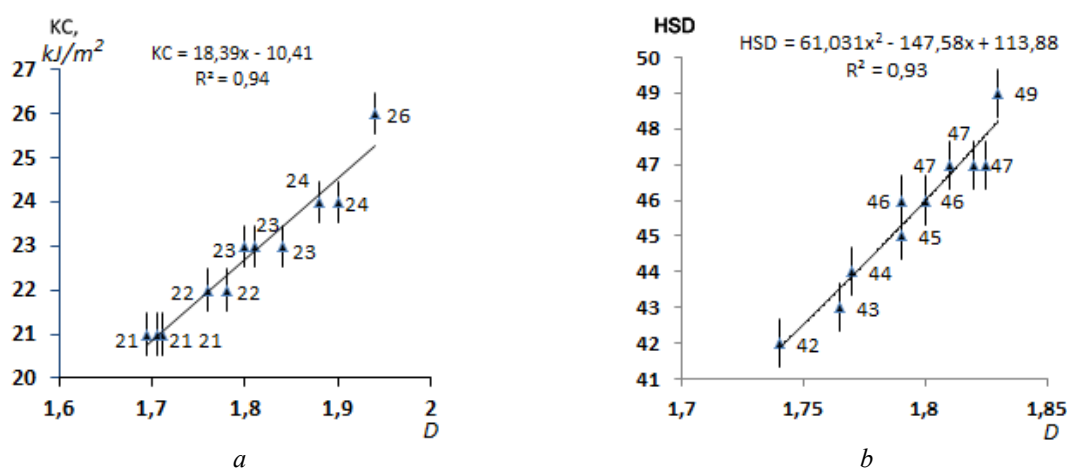


Fig. 3. Dependence of impact strength (a) and hardness (b) on fractal dimension of the structure of roll-foundry iron with the graphite flake form

The assessment of the structure of the cast iron roll, defined on the basis of the analysis of its elements fractal dimension, is shown in the Figure 3 (a, b).

The hardness of the iron, calculated according to these equations, is slightly different from that obtained by means of full-scale tests (divergence is up to 4 %), which is evidence of feasibility to use the fractal geometry language for assessment of the metal quality.

The obtained results show that the metal quality characteristics, calculated with consideration of fractal dimensions of the metal structure, are economically feasible to be produced by minimizing the number of full-scale tests.

### Originality

The incompleteness of formal axiomatics, which arises in the identification of complex objects, is partly compensated from the scientific point of view according to the principle of “external complementation” of S. Bir with the use of a language of a higher level – fractal geometry.

### Conclusions

The ways to partially compensate for the incompleteness of the formal axiomatics in the identification of complex systems were considered using materials from metal as the example.

### REFERENCES

1. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Monatshefte für Mathematik und Physik. 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198. (in Germany)
2. Bir S. *Kibernetika i upravleniye proizvodstvom* [Cybernetics and production management]. Moscow : Nauka, 1963, 276 p. (in Russian).
3. Bolshakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the

- metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrainy* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian). – Available at: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
4. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya chastichnoy kompensatsii nepolnoy formal'noy aksiomatiki* [Material aspects of use of partial compensation of incompleteness of formal axiomatics]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 5, pp. 10–16. (in Russian). – Available at: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497>
5. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
6. Skoblo T.S., Vorontsov N.M., Budagyants N.A. and others. *Prokatnyye valki iz vysokouglerodistykh staley* [Rolling rolls made of high-carbon steels]. Moscow: Metallurgiya, 1994, 336 p. (in Russian).
7. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 201, no. 4. pp. 5–11. (in Russian).
8. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature* : monograph. New-York, San Francisco: Freeman, 1982, 480 p. – Available at: <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
9. Zhuravel I.M. and Svir'ska L. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2010, vol. 46, no. 3, pp. 418–420.
10. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*, 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97. – Available at: <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>
11. Volchuk V.M. *K primeniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian). – Available at: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/130334>
12. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian). – Available at: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>
13. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Topologicheskkiye i fraktal'nyye invarianty struktury dlya otsenki kachestva metalla* [Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 4, pp. 42–48. (in Russian). – Available at: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.00>
14. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Fraktal'nyy podkhod pri identifikatsii slozhnykh sistem* [Fractal approach to the identification of complex systems]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 6, pp. 46–50. (in Russian). – Available at: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.00>
15. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian). – Available at: <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/08-11-17.pdf>
16. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya veyvletno-mul'tifraktal'nogo podkhoda dlya otsenki struktury i svoystv malouglerodistoy stali* [Material science aspects of the use of wavelet and multifractal approach for assessing of the structure and properties of low-carbon steel]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2011, vol. 33, no. 3, pp. 347–360. (in Russian).
17. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Regularization of One Conditionally Ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveyshiye Tekhnologii*, 2018, vol. 40, no. 9, pp. 1165–1171. – Available at: DOI: 10.15407/mfint.40.09.1165
18. Feder J. *Fractals*. New-York: Springer Science + Business Media, LLC, 1988, 305 p.
19. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizatsii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv : Ukraine : PH "Akademperiodyka", National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
20. Volchuk V.N. *K voprosu o primenenii teorii mul'tifraktalov dlya otsenki mekhanicheskikh svoystv metalla* [On the application of the theory of multifractals for the evaluation of the mechanical properties of a metal]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian). – Available at: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/12-19>
21. Hausdorff G. Dimension und aueres Mab. *Math. Ann.* 1919. Vol. 79. pp. 157–179. – Available at: <http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PID=GDZPPN002266989>. (in German).

Надійшла до редакції 13.10.2018