

УДК 519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.241219.22.597

МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ТВЕРДОСТІ ЧАВУННИХ ВАЛКІВ СПХН-43 ТА СШХНФ-47

ВОЛЧУК В. М., *д. т. н., доц.*

Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Анотація. Актуальність роботи. На критерії якості масивних металевих виробів впливає багато технологічних параметрів. Зміна частини із цих параметрів може викликати суттєву зміну якості цільового продукту. Тому в матеріалознавстві широко застосовують різні види моделей для імітації окремих процесів або прогнозу окремих критеріїв. Аналіз літературних джерел свідчить про перспективи застосування фрактальної геометрії для моделювання структури і властивостей різних матеріалів. Запропоновано застосувати мультифрактальний аналіз для оцінювання структури чавунних валків. **Матеріали та методи.** Досліджувався вплив структури чавунів на їх твердість. Мікроструктура чавуну досліджувалася за допомогою кількісних методів металографії (ГОСТ 3443) і мультифрактального аналізу. Розрахунок спектра статистичних розмірностей мікроструктури чавуну здійснювали за формулою Реньї. Показники твердості сортопрокатних валків СПХН-43 (520 × 1 000 мм) та СШХНФ-47 (680 × 1 000 мм) визначали в трьох точках, що рівномірно розташовані по довжині бочки валка. **Результати та їх обговорення.** Досліджено вплив спектра статистичних розмірностей D_0 , D_1 , D_2 , D_{100} та D_{100} карбідів, пластинчастого та кулястого графіту на показники твердості чавунних валків. Установлено, що коефіцієнти парної кореляції у прогнозі твердості за традиційними характеристиками структури (довжина, діаметр, площа) становлять $R^2 = 0,73 \dots 0,87$. Коефіцієнти кореляції у прогнозі твердості за мультифрактальними характеристиками для валків СПХН-43 становлять 0,78...0,88. Для валків СШХНФ-47 коефіцієнти кореляції становлять 0,81...0,93. Отримані результати підтверджують ефективність використання мультифрактального аналізу для оцінювання критеріїв якості чавунних валків. **Наукова новизна.** Встановлено вплив мультифрактальних розмірностей графіту та карбідів на твердість чавунних валків СПХН-43 і СШХНФ-47. Виявлено чутливість показників твердості валків СПХН-43 до інформаційної і кореляційної розмірностей карбідів, а також до фрактальної і статистичної D_{100} розмірностей пластинчастого графіту. Для валків СШХНФ-47 встановлено чутливість показників твердості до фрактальної і статистичної D_{100} розмірностей карбідів і до фрактальної і кореляційної розмірностей кулястого графіту. **Висновки.** На підставі отриманих результатів розроблено підхід до оцінювання показників твердості валків СПХН-43 і СШХНФ-47, що включає: 1) визначення спектра статистичних розмірностей елементів структури чавунів; 2) визначення коефіцієнтів чутливості показників твердості до спектра розмірностей елементів структури; 3) побудову математичної моделі прогнозу твердості валків. Розглянутий підхід можна трактувати як альтернативний метод оцінювання критеріїв якості чавунів на основі аналізу їх структури.

Ключові слова: чавунні валки; карбіди; графіт; твердість; статистичні розмірності; математична модель

МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ТВЕРДОСТИ ЧУГУННЫХ ВАЛКОВ СПХН-43 И СШХНФ-47

ВОЛЧУК В. Н., *д. т. н., доц.*

Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Аннотация. Актуальность работы. На критерии качества массивных металлических изделий влияет много технологических параметров. Изменение части этих параметров может привести к существенному изменению качества целевого продукта. Поэтому в материаловедении широко применяют различные виды моделей для имитации отдельных процессов или прогноза отдельных критериев. Анализ литературных источников свидетельствует о перспективах применения фрактальной геометрии для моделирования структуры и свойств различных материалов. Предложено применить мультифрактальный анализ для оценки структуры чугунных валков. **Материалы и методики.** Исследовалось влияние структуры чугунов на их твердость. Микроструктура чугуна исследовалась с помощью количественных методов металлографии (ГОСТ 3443) и мультифрактального анализа. Расчет спектра статистических размерностей микроструктуры чугуна осуществляли по формуле Реньи. Показатели твердости сортопрокатных валков СПХН-43 (520 × 1 000 мм) и СШХНФ-47 (680 × 1 000 мм) определяли в трех точках, равномерно расположенных по длине бочки валка. **Результаты и их обсуждение.** В работе исследовано влияние спектра статистических размерностей D_0 , D_1 , D_2 , D_{100} и D_{100} карбидов, пластинчатого и шаровидного графита на показатели твердости чугунных валков. Установлено, что коэффициенты парной корреляции при прогнозе твердости по традиционным характеристикам структуры (длина, диаметр, площадь) составляют $R^2 = 0,73 \dots 0,87$. Коэффициенты корреляции при прогнозе твердости по мультифрактальным характеристикам для валков

СПХН-43 складають 0,78...0,88. Для валків СПХНФ-47 коефіцієнти кореляції складають 0,81...0,93. Отримані результати підтверджують ефективність використання мультифрактального аналізу при оцінці критеріїв якості чугунних валків. **Научна новизна.** Установлено вплив мультифрактальних розмірностей графіта і карбідів на твердість чугунних валків СПХН-43 і СПХНФ-47. Виявлена чутливість показателів твердості валків СПХН-43 к інформаційній і кореляційній розмірностям карбідів, а також к фрактальній і статистичній D_{100} розмірностям пластинчатого графіта. Для валків СПХНФ-47 установлена чутливість показателів твердості к фрактальній і статистичній D_{100} розмірностям карбідів і к фрактальній і кореляційній розмірностям сферичного графіта. **Висновки.** На основі отриманих результатів розроблено підхід к оцінці показателів твердості валків СПХН-43 і СПХНФ-47, який включає: 1) визначення спектра статистичних розмірностей елементів структури чугунів; 2) визначення коефіцієнтів чутливості показателів твердості к спектру розмірностей елементів структури; 3) побудову математичної моделі прогнозу твердості валків. Розглянутий підхід можна трактувати як альтернативний метод оцінки критеріїв якості чугунів на основі аналізу їх структури.

Ключові слова: чугунні валки; карбіди; графіт; твердість; статистичні розмірності; математична модель

MODEL OF ASSESSMENT OF THE HARDNESS OF THE IRON ROLLERS СПХН-43 AND СПХНФ-47

VOLCHUK V.M., *Dr. Sc. (Tech.), Ass. Prof.*

Department of Materials Science, State Higher Educational Institution "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

Abstract. Relevance of the article. The quality criteria of massive metal products is affected by many technological parameters. Changing some of these parameters can lead to a significant change in the quality of the target product. Therefore, various types of models are widely used in materials science to simulate individual processes or predict individual criteria. An analysis of literary sources indicates the prospects of using fractal geometry to model the structure and properties of various materials. It is proposed to apply multifractal analysis to assess the structure of cast-iron rolls. **Materials and methods.** The influence of the structure of cast irons on their hardness was investigated. The microstructure of cast iron was investigated using quantitative methods of metallography (ГОСТ 3443) and multifractal analysis. The calculation of the spectrum of statistical dimensions of the cast iron microstructure was carried out according to the Renyi formula. The hardness indices of the roll-forming rolls СПХН-43 (520 × 1 000 mm) and СПХНФ-47 (680 × 1 000 mm) were determined at three points evenly spaced along the length of the roll barrel. **Results and its discussion.** The influence of the spectrum of statistical dimensions D_0 , D_1 , D_2 , D_{100} and D_{100} of carbides, lamellar and spherical graphite on the hardness indices of cast iron rolls is studied. It was found that the pair correlation coefficients in the prediction of hardness according to the traditional characteristics of the structure (length, diameter, area) are $R^2 = 0,73...0,87$. The correlation coefficients in the prediction of hardness by multifractal characteristics for rolls СПХН-43 are 0,78...0,88. For rolls СПХНФ-47, the correlation coefficients are 0,81...0,93. The obtained results confirm the effectiveness of using multifractal analysis in assessing the quality criteria of cast-iron rolls. **Scientific novelty.** The influence of multifractal dimensions of graphite and carbides on the hardness of cast iron rolls СПХН-43 and СПХНФ-47 is established. The sensitivity of the СПХН-43 roll hardness indices to the information and correlation dimensions of carbides, as well as to the fractal and statistical D_{100} dimensions of plate graphite, was revealed. The sensitivity of hardness indices to the fractal and statistical D_{100} dimensions of carbides and to the fractal and correlation dimensions of spherical graphite was established for the СПХНФ-47 rolls. **Conclusions.** Based on the results obtained, an approach has been developed to assess the hardness indices of rolls СПХН-43 and СПХНФ-47, which includes: 1) Determination of the spectrum of statistical dimensions of structural elements of cast irons. 2) Determination of sensitivity coefficients of hardness indicators to the spectrum of dimensions of structural elements. 3) Construction of a mathematical model for forecasting roll hardness. The approach considered can be interpreted as an alternative method for assessing the quality criteria of cast irons based on an analysis of their structure.

Keywords: cast iron rolls; carbides; graphite; hardness; statistical dimensions; mathematical model

Актуальність роботи

Технологія виробництва прокатних чавунних валків складна, оскільки вона багатопараметрична [1; 2] та багатокритерійна [3; 4]. Звідси впливає, що прогноз критеріїв якості чавунних валків ускладнюється впливом різних технологічних факторів, частина з яких може змінюватися у відносно широкому діапазоні значень. З іншого боку, проведення натурних іспитів на цільовому продукті не завжди можливе, оскільки це може спричинити

порушення його цілісності [5; 6]. Тому в металознавстві для контролю та прогнозу критеріїв якості чавунних валків широко застосовують різні види моделювання [7–9]. Особливо поширені моделі, побудовані на аналізі впливу хімічного складу валків на їх властивості (див, наприклад, [10–12]). Також існує багато моделей, що базуються на впливі структури на властивості валків, наприклад [13; 14]. Більшість моделей ґрунтуються на дослідженні впливу евклідових характеристик елементів структури

(площа, довжина, діаметр) на механічні властивості валків [15; 16].

Але не завжди отримані результати прогнозу властивостей за евклідовими характеристиками задовольняють поставленим вимогам [17]. Зв'язок між структурою та властивостями матеріалів – одне з основних завдань металознавства, оскільки в оцінюванні елементів структури зі складною геометричною конфігурацією важливу роль відіграє вибір метрики для ідентифікації об'єкта дослідження [18–20]. Неповнота формальної аксіоматики [21], що виникає під час оцінювання структури матеріалів із використанням геометрії Евкліда, може компенсуватися за допомогою застосування різних підходів: фрактального аналізу [22–25]; мультифрактального аналізу [26–28], теорії вейвлетів [29; 30], оцінювання області компромісу властивостей [31] тощо.

Оскільки структура валкового чавуну здебільшого неоднорідна, для її ідентифікації доцільно використовувати мультифрактальний аналіз. Мультифрактали, що застосовуються для дослідження неоднорідних об'єктів, характеризуються спектром статистичних розмірностей Реньї [32]. У праці [33] проведено аналіз існуючих методів прогнозу механічних властивостей прокатних валків та вказується, що перспективним підходом до прогнозу цих властивостей бачиться застосування мультифрактального аналізу. Цей аналіз успішно застосовувався для оцінювання твердості листопрокатних валків виконання ЛПХ17НМдц–63 [34] та СШХН [35; 36]. Коефіцієнти парної кореляції в рівняннях прогнозу показників твердості робочої зони бочок листопрокатних валків становлять для аустенітної матриці $R^2 = 0,71$ та $R^2 = 0,85$, для

карбідів хрому – $R^2 = 0,95$ і $R^2 = 0,89$. Для валків виконання СШХН із перлітною матрицею коефіцієнти кореляції в рівняннях прогнозу зафіксовані в межах 0,51...0,91 (з використанням розмірностей кулястого графіту) та 0,69...0,87 (з використанням розмірностей карбідів).

Отримані результати свідчать про перспективність застосування теорії мультифракталів до прогнозу критеріїв якості чавунних валків на основі аналізу спектра розмірностей елементів їх структури.

Матеріали та методики

У роботі досліджувався вплив на твердість сортопрокатних чавунних валків (СПХН-43 і СШХНФ-47) елементів їх структури, що оцінювалася за допомогою традиційних методик кількісної металографії та існуючих стандартів і мультифрактального аналізу. Із чавуну СПХН-43 виготовляють валки чорнових клітей, дрібно, середньосортних і трубопрокатних станів; із чавуну СШХНФ-47 – валки обтискних та чорнових клітей сортопрокатних станів.

Валки з чавуну СПХН-43 належать за призначенням до сортопрокатних (С), за формою графітних включень у структурі присутній пластинчастий (П) графіт, поверхня робочого шару легована хромом (Х) та нікелем (Н).

Валки з чавуну СШХНФ-47 належать також до сортопрокатних (С), за формою графітних включень у структурі присутній кулястий (Ш) графіт, поверхня робочого шару легована хромом (Х), нікелем (Н) та ванадієм (Ф).

У таблиці 1 наведено хімічний склад чавунів після двох плавок без термічної обробки.

Таблиця 1

Хімічний склад чавунів, % від масу / The chemical composition of cast iron, % by weight

Валковий чавун	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	V	Cu
СПХН-43	3,50	0,95	0,54	0,070	0,012	0,63	1,22	–	0,27
СШХНФ-47	3,00	1,40	0,50	0,051	0,012	0,57	1,05	0,10	–

Розміри чавунних валків марки СПХН-43 становлять: діаметр бочки 520 довжиною 1 000 мм (520 × 1 000 мм); валків марки СШХНФ-47 наступні: діаметр бочки 680 довжиною 1 000 мм (680 × 1 000 мм).

У таблиці 2 наведено значення твердості зразків, обчислені методом Шора (ГОСТ 23273-78) на

Дніпровському заводі прокатних валків (ДЗПВ). Для визначення показників твердості прокатних валків методом Шора контрольні заміри здійснювали в трьох точках, рівномірно розташованих по довжині бочки валка.

Таблиця 2

Твердість прокатних валків / The hardness of the rolling rolls

СПХН-43		СШХНФ-47	
№ зразка	Твердість робочої поверхні, HSD	№ зразка	Твердість робочої поверхні, HSD
1	48	1	54
2	49	2	53
3	50	3	53
4	50	4	52
5	49	5	52

Для досліджень відібрано 10 зразків: по одному зразку з 5 чавунних прокатних валків виконання СПХН-43 та по одному зразку з 5 чавунних валків виконання СШХНФ-47 згідно з ТУ У 14-2-1188-97.

Зразки виготовлені зі сколів від бочки, відібраних від литих заготовок валків (рис. 1). Масова частка хімічних елементів також визначена за цими сколами.

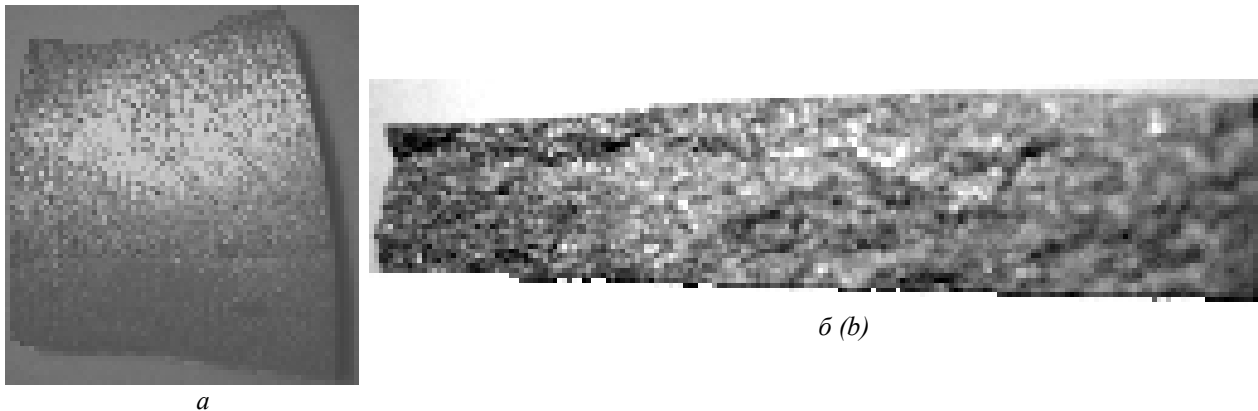


Рис. 1. Фрагмент прокатного валка (а) та вигляд його бокової поверхні (б) (крихкий злам) / Fig. 1. Fragment of a rolling roll (a) and a view of its lateral surface (b) (brittle fracture)

Травлення шліфів для оптичної мікроскопії проводилося в 4 % розчині азотної кислоти в спирті. Полірування шліфів здійснювалося на крузі з використанням алмазної пасту дисперсністю 20 та 5 мкм.

Мікроструктура зразків досліджувалася за допомогою оптичного мікроскопа Неофот-2 (Німеччина) з наступним фотографуванням із використанням цифрової камери «Olympus C-50». Електронні фотознімки мікроструктури розміром

2 288 × 1 712 пікселів представлені в 256-колірному форматі BMP з відтінками сірого кольору.

На рисунку 2 наведено структуру чавунних валків виконання СПХН-43 за збільшення × 500 та × 1 000. Аналіз мікроструктури показав, що чавун має перлітну матрицю (рис. 2 а–в), мікролеговану хромом та нікелем із середнім умістом карбідів (Fe₃C) (рис. 2 б). Форма графітних включень пластинчаста (рис. 2 в).

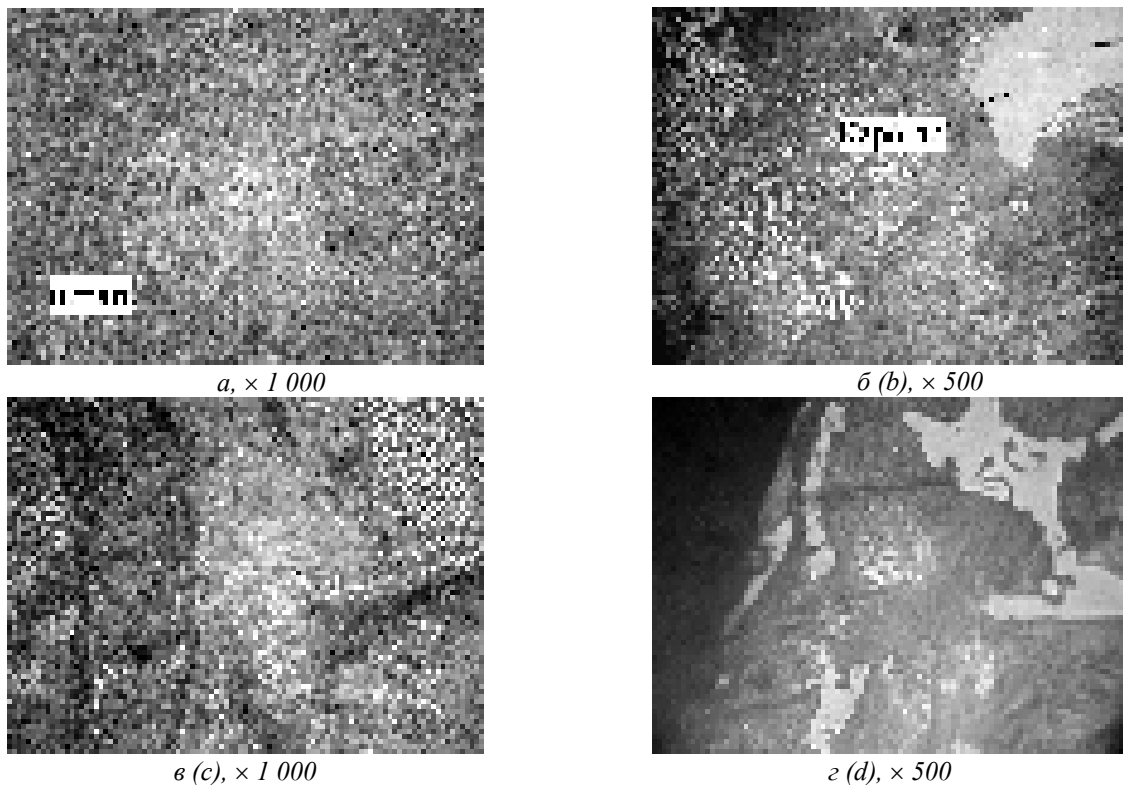


Рис. 2. Мікроструктура чавунних валків СПХН-43 / Fig. 2. Microstructure of cast iron rolls СПХН-43

Відбіленого шару на поверхні валкового чавуну СПХН-43 не виявлено (рис. 2 з).

На рисунку 3 показано структуру чавунних валків виконання СШХНФ-47 за збільшення $\times 500$ та $\times 1\,000$. У структурі перлітного чавуну різної

дисперсності (рис. 3 а, в) виявлено кулястий графіт (рис. 3 д), карбіди різної форми (Fe_3C) (рис. 3 б). Відбіленого шару на робочій поверхні чавунних валків не виявлено (рис. 3 з).

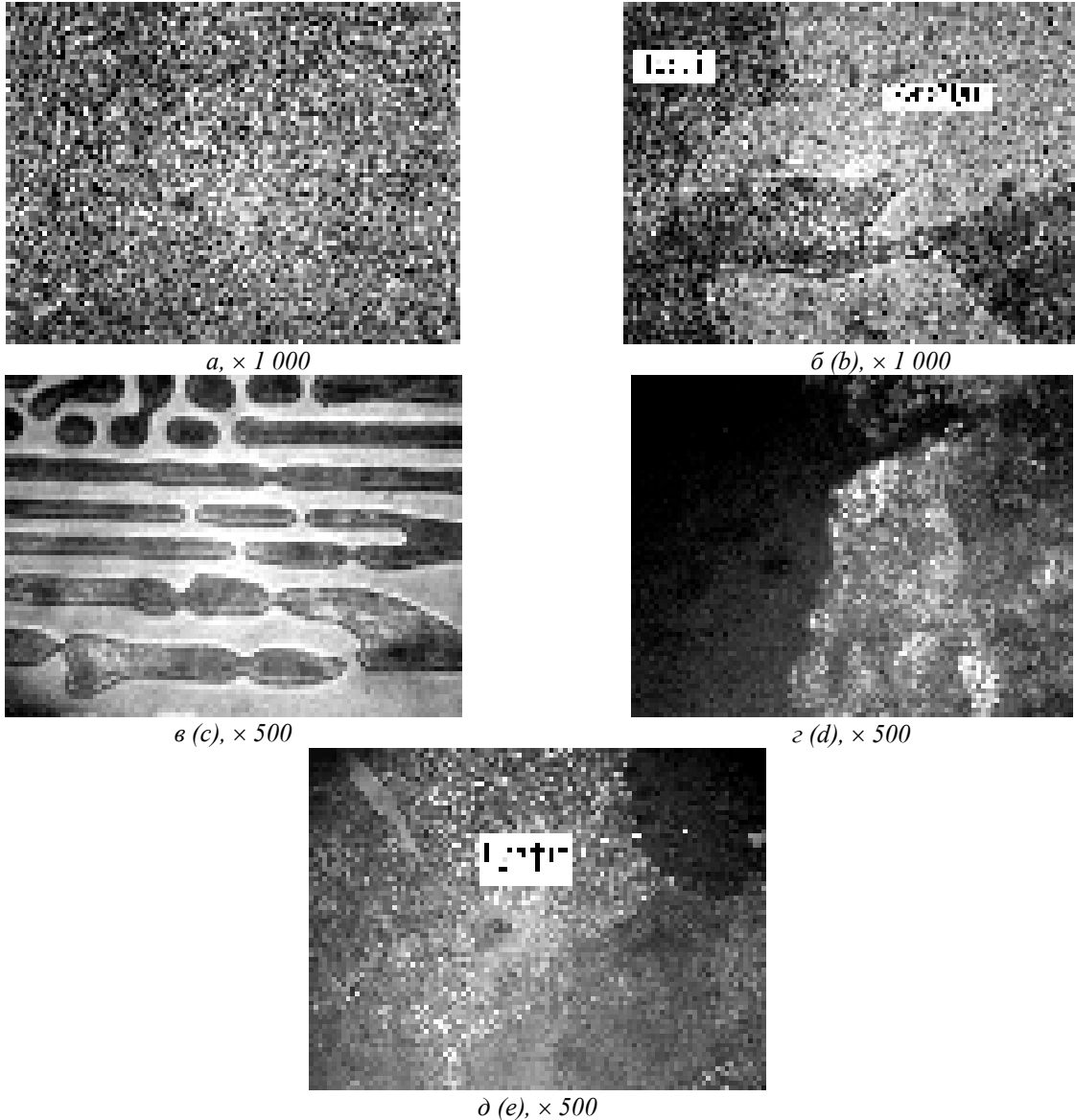


Рис. 3. Мікροструктура чавунних валків СШХНФ-47 / Fig. 3. Microstructure of cast iron rolls СШХНФ-47

Для мультифрактального аналізу цифрових фотознімків чавуну введено статистичну суму $\sum_{i=1}^N p_i^q$,

що складається із фрактальних підмножин змінної розмірності, де показник ступеня q може набирати будь-які значення в діапазоні від $-\infty$ до $+\infty$. Із застосуванням цієї суми для кожного фотознімка мікροструктури обчислено основний мультифрактальний спектр Реньї $D(q)$. Спектр Реньї являє собою набір розмірностей, кожна з яких має свій фізичний зміст і вводиться таким співвідношенням [32]:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (1)$$

де δ – розміри чарунки, що є одиничним елементом квадратної сітки, якою покривають досліджуваний об'єкт (у даному випадку фотознімки мікροструктури валкового чавуну) для обчислення спектра розмірностей; p_i являє собою імовірність попадання точки (пікселя для ЕОМ), що зміститься на досліджуваному об'єкті, в i -ту чарунку квадратної сітки з лінійним розміром δ .

Розмірності, що визначалися, мають такий фізичний зміст:

- D_0 – фрактальна розмірність при показнику степеня $q = 0$;
- D_1 – інформаційна розмірність (ентропія) при $q = 1$;
- розмірність D_1 описує швидкість зростання кількості інформації і показує, як зростає інформація, необхідна для визначення місця розташування точки в чарунці, якою покривають об'єкт дослідження, якщо розмір $\delta \rightarrow 0$;
- D_2 – кореляційна розмірність, що характеризує імовірність знаходження в одній і тій самій чарунці двох точок об'єкта;
- D_∞ – розмірність, що характеризує найбільш розріджений простір на об'єкті (найсвітліші елементи структури) та найбільш концентрований простір;

- D_∞ – розмірність найтемніших елементів структури. Для обчислень приймалися межі значень q від - 100 до 100.

Результати та їх обговорення

Для встановлення зв'язку між показниками твердості досліджуваних валкових чавунів та елементами їх структури проведено кількісний металографічний аналіз мікроструктури згідно з ГОСТ 3443 та мультифрактальний аналіз цих елементів із використанням формули (1).

Результати кількісного аналізу елементів структури чавунних валків виконання СПХН-43 наведено в таблиці 3, а валків виконання СШХНФ-47 – в таблиці 4.

Таблиця 3

Результати металографічного аналізу елементів структури валків СПХН-43 / The results of metallographic analysis of the elements of the structure of the rolls СПХН-43

№ зразка	Перліт				Цементит (Fe ₃ C)				Пластинчастий графіт			
	площа, %	еталон П	дисперсність, мкм	еталон ПД	площа, %	еталон Ц	площа найбільших включень цементиту, мкм ²	еталон Цп	площа, %	еталон ПГ	довжина включень, мкм	еталон ПГ д
1	70	П70	1,5	ПД1,4	25	Ц25	12960	Цп13000	5	ПГ4	96	ПГ д90
2	64		1,4	ПД1,4	30		14230		4		75	
3	62		0,9	ПД1	35		15290		3		72	
4	65		1,1	ПД1	30		13550		4		74	
5	70		1,3	ПД1	26		11680		4		88	

Таблиця 4

Результати металографічного аналізу елементів структури валків СШХНФ-47 / The results of metallographic analysis of the elements of the structure of the rolls СШХНФ-47

№ зразка	Перліт				Цементит (Fe ₃ C)				Кулястий графіт			
	площа, %	еталон П	дисперсність, мкм	еталон ПД	площа, %	еталон Ц	площа найбільших включень цементиту, мкм ²	еталон Цп	площа, %	еталон ШГ	діаметр, мкм	еталон ШГ д
1	64	П70	0,8	ПД0,5	31	Ц25	11500	Цп13000	6	ШГ6	35	ШГ д45
2	69		1,2	ПД1	24		12000	Цп13000	7	ШГ6	45	
3	73		0,9	ПД1	22		9500	Цп6000	5	ШГ6	54	
4	76		1,2	ПД1	20		12670	Цп13000	4	ШГ4	59	
5	72		1,1	ПД1	23		14570	Цп13000	5	ШГ6	51	

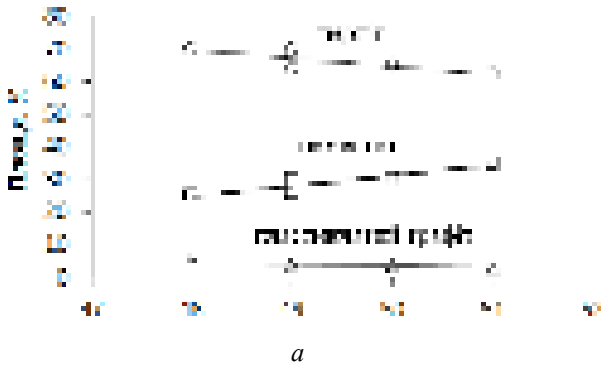
Перлітна матриця валків СПХН-43 складає близько 62...70 % (П70); на частку карбідів (у даному випадку це в основному цементит ледебуритної евтектики) припадає 25...35 % (Ц25) та частка пластинчастого графіту (ПГ4) коливається в межах значень 3...5 %. Для валків СШХНФ-47 частка перлітної матриці складає 64...76 %; частка карбідів – 20...31 %, а кулястого графіту – 4...7 %.

Збільшення кількості цементиту та зменшення кількості перліту зумовлює підвищення показників твердості (рис. 4 а, б) завдяки тому, що цементит має більшу твердість порівняно з перлітом. Цим можна пояснити і збільшення твердості за зростання середньої площі найбільших включень цементиту (рис. 4 в, г). Графіт порівнянно з карбідами та перлітом має більш низькі механічні показники тому, що його наявність у структурі послаблює металеву матрицю, в даному випадку перлітну. Зменшення кількості пластинчастого графіту (рис. 4 а), а також лінійних розмірів його включень (рис. 4 д) сприяє підвищенню показників твердості завдяки тому, що кінці його пластин служать концентраторами

зародження мікротріщин і тому зменшують показники міцності за розтягу. Вміст пластинчастого графіту намагаються зменшити термічною обробкою, наприклад відпалом. Навпаки, чавуни з кулястим графітом мають більшу межу міцності на розрив і твердість (рис. 4 е) завдяки його сферичній формі, що має більш прийнятну конфігурацію для запобігання розповсюдженню мікротріщин. Тому чим менші діаметри включень кулястого графіту, тим вищі механічні властивості чавуни, зокрема, показники твердості.

На основі аналізу отриманих даних встановлено взаємозв'язок між показниками структури та твердістю валкових чавунів виконання СПХН-43 та СШХНФ-47. Отримано рівняння регресії (2–11), що описують залежність твердості від параметрів структури: процентного вмісту її елементів, площі найбільших включень цементиту, та лінійних розмірів включень графіту.

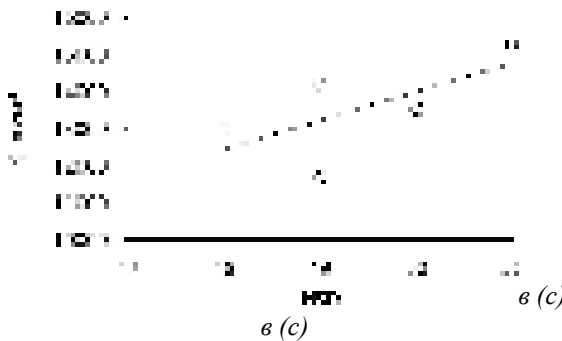
СПХН-43



перліт: $HSD = -2,5769 \cdot S_{II} + 193,5; R^2 = 0,65,$ (2)

цементит: $HSD = 3,1923 \cdot S_{II} - 128,5; R^2 = 0,84,$ (3)

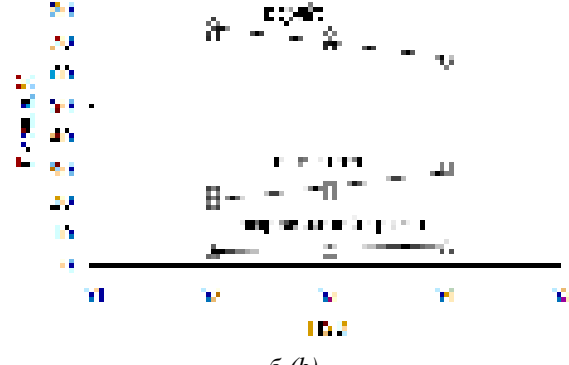
пластинчастий графіт:
 $HSD = -0,5769 \cdot S_{II} + 32,5; R^2 = 0,87;$ (4)



$HSD = 785,77 \cdot S_{II_{max}} - 25275; R^2 = 0,44,$ (8)

де $S_{II_{max}}$ – площа найбільших включень цементиту

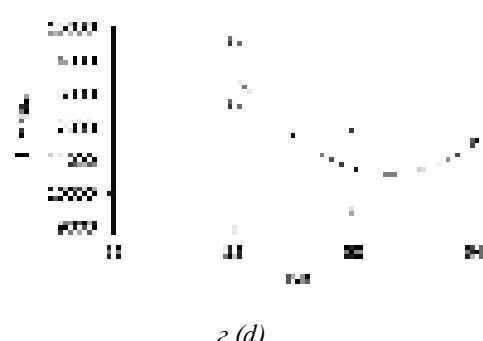
СШХНФ-47



перліт: $HSD = -4,7143 \cdot S_{II} + 319,71; R^2 = 0,75,$ (5)

цементит: $HSD = 4,2857 \cdot S_{II} - 202,29; R^2 = 0,73,$ (6)

кулястий графіт:
 $HSD = 0,8571 \cdot S_{III} - 39,857; R^2 = 0,40;$ (7)



$HSD = 1810 \cdot S_{II_{max}}^2 - 192920 \cdot S_{II_{max}} + 5E+06; R^2 = 0,64,$ (9)

де $S_{II_{max}}$ – площа найбільших включень цементиту

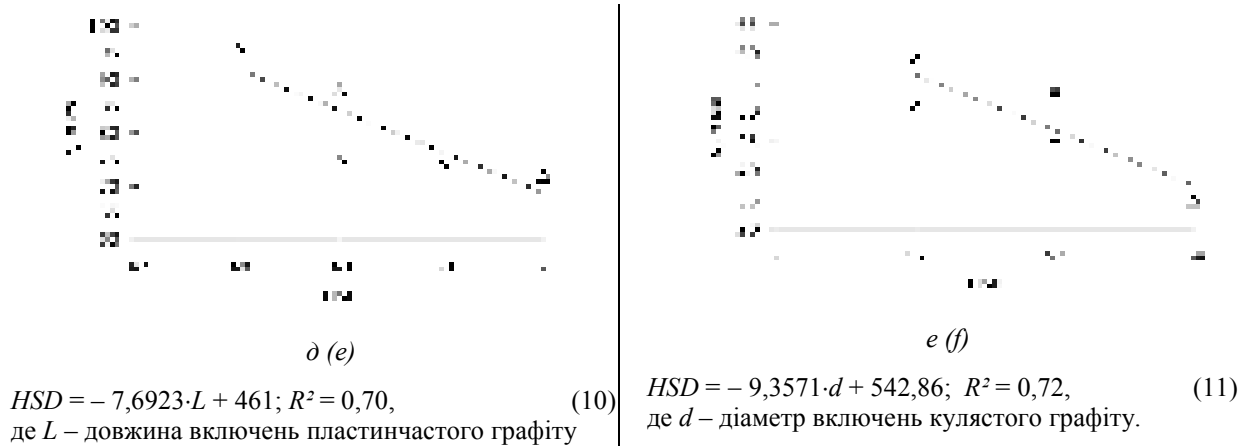


Рис. 4. Взаємозв'язок між структурою та твердістю валкових чавунів /
Fig. 4. Relationship between structure and hardness of roll cast irons

Аналіз отриманих рівнянь свідчить, що відносно висока кореляція $R^2 = 0,73 \dots 0,87$ для лінійних моделей спостерігається між процентним вмістом перліту, цементиту та пластинчастого графіту (3–6). В інших випадках коефіцієнти парної кореляції відносно невисокі і коливаються в межах $0,4 \dots 0,7$. Це підтверджує існуючу неповноту формальної аксіоматики під час ідентифікації структури і властивостей валкового чавуну за допомогою традиційних методик. Для часткової компенсації існуючої неповноти застосовувався апарат мультифрактального аналізу.

Приклад розрахунку мультифрактального спектра статистичних розмірностей пластинчастого перліту (рис. 2 а) за формулою (1) наведено на рисунку 5.

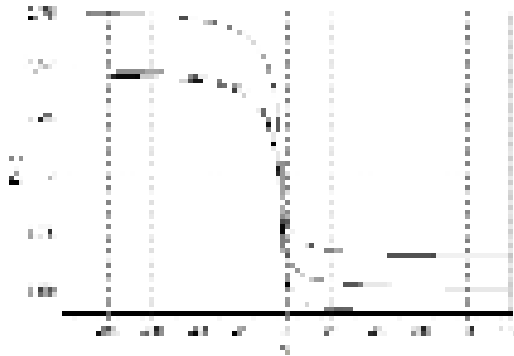


Рис. 5. Спектр розмірностей перліту /
Fig. 5. The range of dimensions of perlite

Для вибору найбільш адекватних між собою характеристик твердості та статистичних розмірностей застосовували таке співвідношення (12) [37]:

$$K = |Y_i - Y_{i+1}| / |X_i - X_{i+1}|, \quad (12)$$

де X_i і X_{i+1} – значення критеріїв якості у двох реперних точках (в даному випадку це показники твердості); Y_i і Y_{i+1} – значення розмірностей елементів структури в даних точках. Наприклад, у [38] коефіцієнти чутливості фрактальної розмірності елементів структури маловуглецевої сталі Ст3пс до її механічних властивостей зафіксовані в межах $0,2 \dots 0,9$, що дозволило підвищити точність прогнозу цих властивостей до 10 %.

Побудова фрактальних моделей прогнозу показників твердості валків здійснювалася на основі досліджень найбільш високих коефіцієнтів чутливості, (рис. 6). У деяких випадках, незважаючи на порівняно високі значення чутливості, спостерігалася слабка кореляція між показниками твердості та розмірностями елементів структури. Такі випадки зафіксовані для статистичної розмірності карбідів D_{100} , коли коефіцієнт чутливості дорівнює 0,68 (рис. 6 а), при цьому коефіцієнт парної кореляції становив 0,57. Для розмірності карбідів D_{100} (рис. 6 в) при $K_i = 0,47$ коефіцієнт кореляції становив 0,62, а для розмірності карбідів D_{100} (рис. 6 е) при $K_i = 0,47$ коефіцієнт кореляції становив 0,62. У зв'язку з відносно невисокими встановленими коефіцієнтами кореляції співвідношення між цими характеристиками не наводилося. Це свідчить, що використання коефіцієнтів чутливості для встановлення зв'язку між досліджуваними величинами в деяких випадках недостатньо, що ініціює пошук більш стабільних показників.

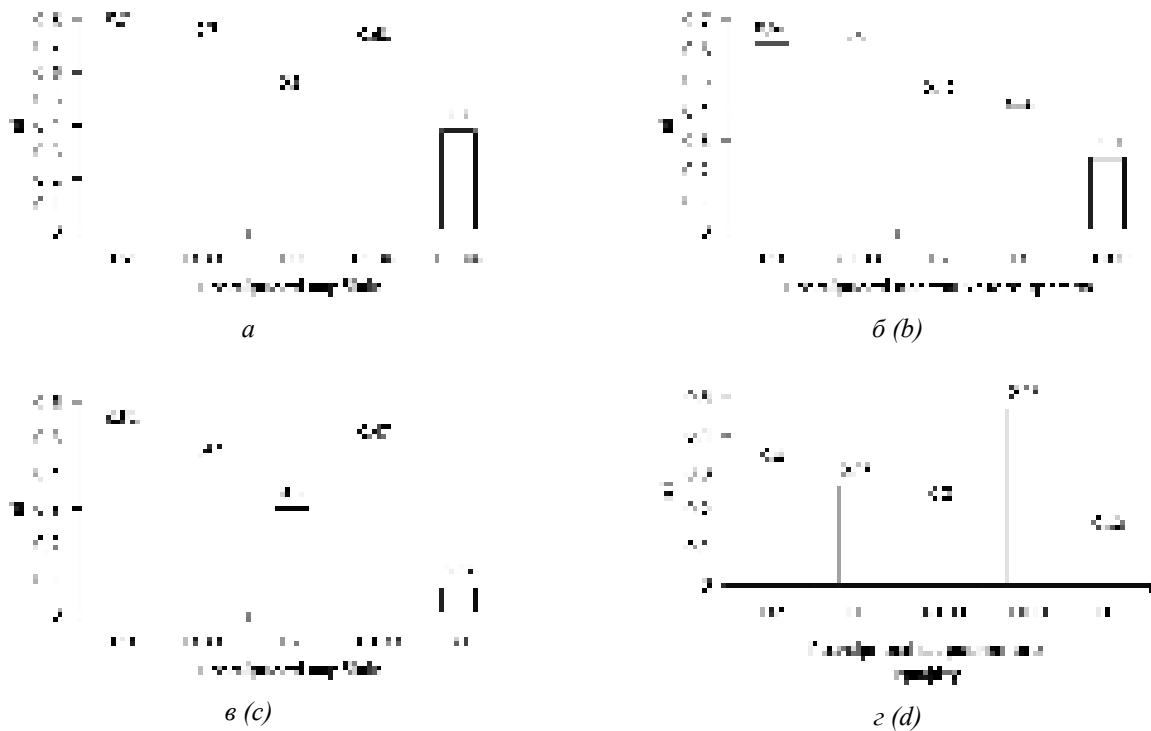
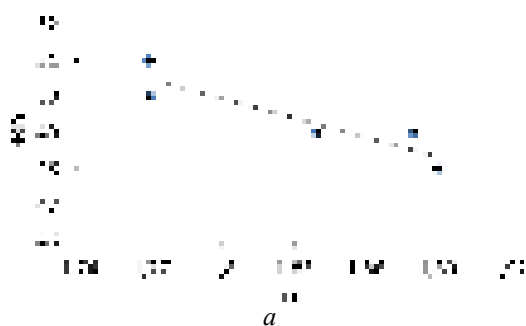


Рис. 6. Чутливість твердості до розмірностей елементів структури валків СІХН-43 (а, б) та СІХНФ-47 (в, г) / Fig. 6. The sensitivity of the hardness to the dimensions of the elements of the structure of the rolls СІХН-43 (a, b) and СІХНФ-47 (c, d)

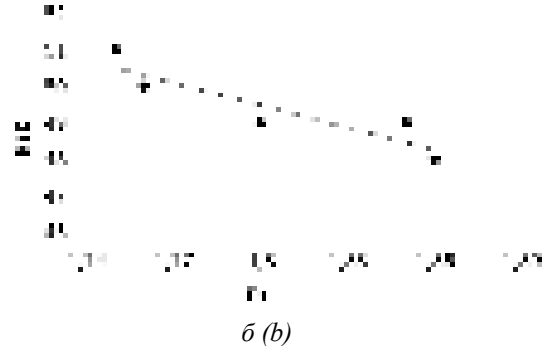
На рисунку 7 наведено співвідношення між показниками твердості та розмірностями з найбільш

високими значеннями коефіцієнтів чутливості, обчисленими за (12), крім випадків, описаних вище.



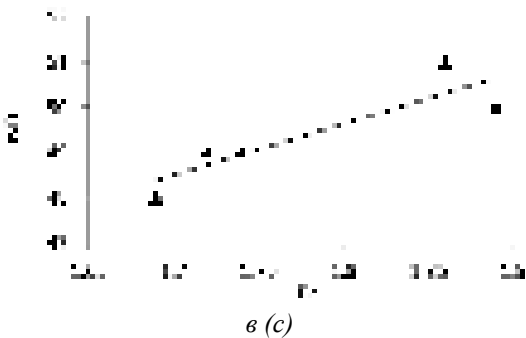
$$HSD = -17,91 \cdot D_1 + 82,176; R^2 = 0,83, \quad (13)$$

де D_1 – інформаційна розмірність карбідів,



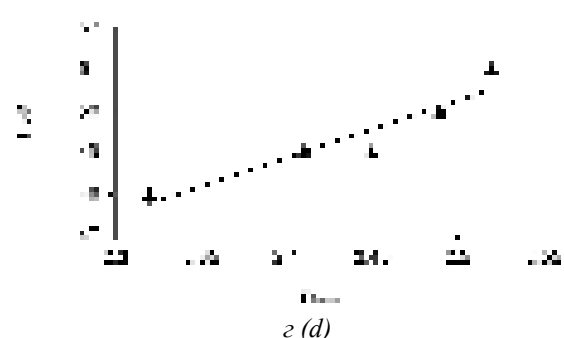
$$HSD = -20,553 \cdot D_2 + 86,478; R^2 = 0,82, \quad (14)$$

де D_2 – кореляційна розмірність карбідів,



$$HSD = 11,321 \cdot D_0 + 29,249; R^2 = 0,78, \quad (15)$$

де D_0 – фрактальна розмірність графіту,



$$HSD = 13,756 \cdot D_{-100} + 15,862; R^2 = 0,88, \quad (16)$$

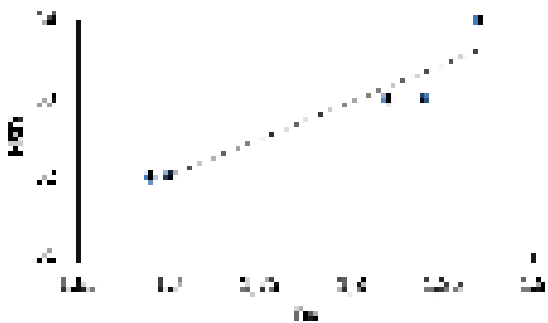
де D_{-100} – розмірність графіту при $q = -100$.

Рис. 7. Співвідношення між розмірностями карбідів (а, б), графіту (в, г) і твердістю валків СІХН-43 / Fig. 7. The relationship between the dimensions of carbides (a, b), graphite (c, d) and the hardness of rolls СІХН-43

Показники коефіцієнтів парної кореляції $R^2 = 0,78 \dots 0,88$ (13–16) для визначення твердості чавунних валків виконання СПХН-43 свідчать про більш високий ступінь прогнозу порівняно з традиційними методиками кількісної металографії (5–11) та доцільність застосування мультифрактальної теорії для оцінювання якості сортопрокатних чавунних валків. Зафіксовано зменшення показників твердості за збільшення інформаційної (рис. 7 а) та кореляційної (рис. 7 б) розмірностей карбідів, оскільки, як встановлено в [38], ці розмірності більше впливають на розподіл графіту по об'єму. Підвищення розмірності пластинчастого графіту на досліджуваній площині шліфа (рис. 7 в, г) викликає підвищення показників твердості, оскільки чавун, що містить графіт із рівновісною геометричною формою, має кращі механічні властивості, ніж чавун зі складною пластинчастою формою.

За пластинчастої форми графіту ефективно використовується лише 30...50 % міцності металеві основи чавуну і практично відсутня можливість застосування її пластичних властивостей [39]. Це зумовлено тим, що межі включень пластинчастого графіту служать концентраторами мікронапружень, а збільшення його вмісту послаблює металеву матрицю чавуну, що свідчить про вплив на механічні властивості чавуну як умісту, розмірів та розподілу графіту, так і геометричної конфігурації включень графіту. Для опису геометричної конфігурації елементів структури задається метрика обчислень. Від вибору метрики залежить точність розрахунків розмірності об'єкта дослідження.

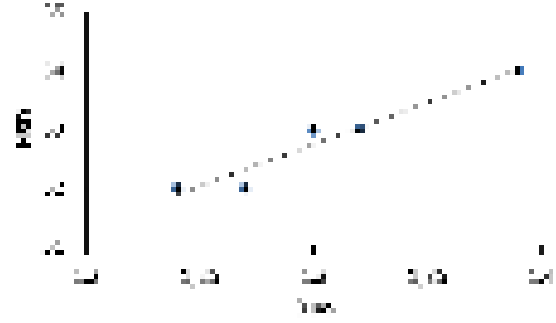
Коефіцієнти кореляції для моделей прогнозу показників твердості валків із кулястою формою графіту СПХНФ-47 (рис. 8) змінювались у межах 0,81...0,93 (17–20), що також вказує на адекватність застосування мови фрактальної геометрії у моделюванні структури та властивостей металу.



а

$$HSD = 9,5238 \cdot D_0 + 35,81; R^2 = 0,90, \quad (17)$$

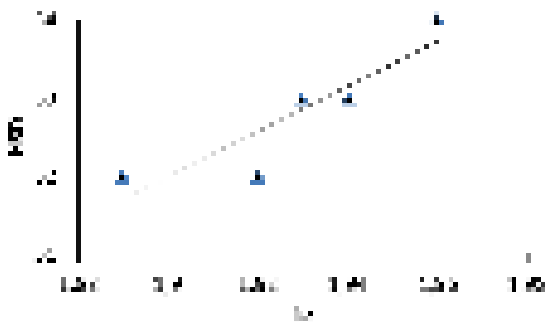
де D_0 – фрактальна розмірність карбідів,



б (b)

$$HSD = 14,241 \cdot D_{100} + 34,229; R^2 = 0,93, \quad (18)$$

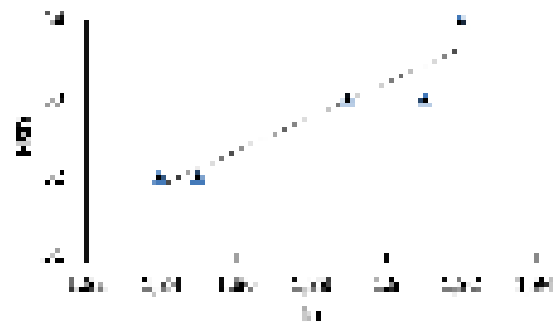
де D_{100} – розмірність карбідів при $q = 100$.



в (c)

$$HSD = 29,104 \cdot D_0 - 3,3134; R^2 = 0,81, \quad (19)$$

де D_0 – фрактальна розмірність графіту,



г (d)

$$HSD = 22,047 \cdot D_2 + 11,307; R^2 = 0,88, \quad (20)$$

де D_2 – кореляційна розмірність графіту.

Рис. 8. Співвідношення між розмірностями карбідів (а, б), графіту (в, г) і твердістю валків СПХНФ-47 / Fig. 8. The relationship between the dimensions of carbides (a, b), graphite (c, d) and the hardness of rolls СПХНФ-47

Отримані результати свідчать про можливість застосування мультифрактального аналізу в моделюванні структури та властивостей валків із пластинчастою та кулястою формами графіту.

Наукова новизна

Установлено ступінь впливу мультифрактальних характеристик елементів структури чавунних валків

СПХН-43 та СШХНФ-47 (перліту, карбідів та графіту) на показники їх твердості. Застосування мультифрактальної теорії в моделюванні структури сортопрокатних чавунних валків із пластинчастою та кулястою формами графіту свідчить про більш високий ступінь прогнозу показників їх твердості порівняно з показниками прогнозу, визначеними за традиційними методиками кількісної металографії згідно з ГОСТ 3443.

Висновки

Досліджено вплив мультифрактальних характеристик структури (розмірностей D_0 , D_1 , D_2 , D_{100} та D_{100}) на твердість сортопрокатних чавунних валків з перлітною матрицею і пластинчастим та кулястим графітом. Проведено порівняльний аналіз мультифрактального та традиційного підходів до

оцінювання структури чавуну. Встановлено, що коефіцієнти парної кореляції для прогнозу показників твердості валків на основі традиційних характеристик структури (площа, діаметр та довжина) становлять $R^2 = 0,40 \dots 0,87$, а для прогнозу твердості за мультифрактальними характеристиками для валків виконання СПХН-43 становлять $0,78 \dots 0,88$; для валків виконання СШХНФ-47 – $0,81 \dots 0,93$.

Отримані результати підтверджують вагомe значення вибору метрики, що притаманна простору станів об'єкта ідентифікації (в даному випадку для розрахунку розмірності структури). Правильний вибір метрики відображається на отриманих результатах прогнозу критеріїв якості чавуну з використанням мультифрактального спектра розмірностей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Большаков Вад. І. Системний аналіз технології виробництва масивного металевого лиття / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, В. М. Волчук, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2015. – № 9. – С. 69–73. – Режим доступу: <http://dx.doi.org/10.15407/visn2015.09.069>
2. Большаков В. И. Идентификация многопараметрических, многокритериальных технологий и пути их практической реализации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2013. – № 4. – С. 5–11.
3. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография / [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2015. – 236 с. – Режим доступа : <https://www.palmarium-publishing.ru/extern/listprojects>
4. Большаков В. И. О прогнозировании качества целевого продукта в периодических технологиях / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіди НАН України. – 2014. – № 11. – С. 77–81. – Режим доступа: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2014.11.0771>
5. Кривошеев А. Е. Литые валки : монография / А. Е. Кривошеев]. – Москва : Металлургиздат, 1957. – 360 с.
6. Прокатные валки из высокоуглеродистых сталей : монография / [Т. С. Скобло, Н. М. Воронцов, Н. А. Будагьянц и др.]. – Москва : Металлургия, 1994. – 336 с.
7. Большаков В. И. Применение теоретико-информационного подхода для идентификации структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 8. – С. 4–9. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/4134>
8. Большаков В. И. О применении имитационного моделирования в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2015. – № 4. – С. 26–31. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/26-31>
9. Волчук В. М. Математична модель прогнозу якості металу / В. М. Волчук, М. С. Штанденко // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2018. – № 2. – С. 31–35. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.290818.31.87>
10. Скобло Т. С. Производство и применение прокатных валков : справочник / [Т. С. Скобло, А. И. Сидашенко, Н. М. Александрова, О. Ю. Ключко и др.]. – Харьков : ЦД № 1, 2013. – 572 с.
11. Волчук В. Н. Исследования влияния химического состава чугуновых прокатных валков на их механические свойства / В. Н. Волчук // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 5. – С. 12–18. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/40698>
12. Большаков В. И. Прогнозирование и управление качественными характеристиками прокатных валков / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2014. – № 9. – С. 9–14. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/42101>
13. Большаков В. И. Организация фрактального моделирования / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіди НАН України. – 2018. – № 6. – С. 67–72. – Режим доступу : <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>
14. Волчук В. Спосіб прогнозу механічних властивостей чавунних валків / В. Волчук, С. Токосов // ScienceRise. – 2018. – Т. 11. – С. 57–61. – Режим доступу : <https://doi.org/10.15587/2313-8416.2018.150342>
15. Большаков В. И. О применении фрактального формализма при математическом описании структур / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металлознавство та термічна обробка металів. – 2016. – № 2. – С. 26–33. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/27-33>
16. Большаков В. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2016. – № 5. – С. 35–39. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>
17. Пути применения теории фракталов : монография / [В. Большаков, В. Волчук, Ю. Дубров]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с.

18. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature : monograph / B. B. Mandelbrot. – New-York, San Francisco : Freeman, 1982. – 480 p. – Режим доступу : <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
19. Большаков В. И. К определению метрики объекта идентификации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2016. – № 4. – С. 10–14. Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/10-14/85306>
20. Zhuravel' I. M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions / I. M. Zhuravel', L. M. Svirs'ka // Materials Science. – 2010. – Vol. 46. – № 3. – Pp. 418–420.
21. Большаков Вад. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков В. І. Большаков, В. М. Волчук, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2014. – № 12. – С. 45–48. – Режим доступу : <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
22. Fractals and properties of materials : monograph / [V. Bol'shakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov]. – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p. – Режим доступу : <https://www.lap-publishing.com/catalog/details/store/tr/book/978-3-330-01812-9/fractals-and-properties-of-materials?search=Fractals>
23. Bolshakov V. I. Evaluation of High Strength Steel Fatigue / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, O. F. Parhomenko // UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4-6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey. – 2019. – Vol. 4. – Pp. 415–417. – Режим доступу : <https://drive.google.com/open?id=1jfWwEhSuRl-3bGcv-dG7CzYnmMh7KcVT>
24. Fractal approach in assessing the quality of steel 20 / [V. M. Volchuk, O. F. Parhomenko] // Innovative Lifecycle Technologies of Housing, Industrial and Transportation Objects : collective monograph / under the general editorship Savytskyi M. – Dnipro : SHEE “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture” ; Bratislava : Slovak University of Technology in Bratislava, 2018. – Pp. 48–53. – Режим доступу : <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/xmlui/handle/123456789/1380>
25. Kroviakov S. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria / S. Kroviakov, V. Volchuk, M. Zavoloka, V. Kryzhanovskiy // In: Materials Science Forum. Trans Tech Publications Ltd. – 2019. – Vol. 968. – Pp. 20–25. – Режим доступу : <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.968.20>
26. Волчук В. Н. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла / В. Н. Волчук // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2015. – № 12. – С. 10–14. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/58941>
27. Большаков В. И. Исследование микроструктурной однородности стали У8 с применением мультифрактального анализа / В. И. Большаков, В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2010. – № 4. – С. 31–38.
28. Волчук В. Н. Применение концепции мультифракталов для контроля качества низколегированной стали / В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2018. – № 3. – С. 20–27. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.250918.20.3954>
29. Большаков В. И. Материаловедческие аспекты применения вейвлетно-мультифрактального подхода для оценки структуры и свойств малоуглеродистой стали / В. И. Большаков, В. Н. Волчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2011. – Т. 33. – № 3. – С. 347–360.
30. Волчук В. Н. Применение вейвлет-анализа для оценки зеренной структуры металлов / В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2009. – № 4. – С. 24–32. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/23-30>
31. Волчук В. Н. К определению области компромисса характеристик качества материалов / В. Н. Волчук // Металознавство та термічна обробка металів. – 2015. – № 3. – С. 21–25. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/23-30>
32. Rényi A. Probability Theory / A. Rényi. – Amsterdam : North-Holland, 1970. – 670 p.
33. Большаков В. И. Пути прогноза механических свойств прокатных валков / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 1. – С. 19–40. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/19-40>
34. Волчук В. М. Мультифрактальный анализ твердости листопрокатных валков / В. М. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2018. – № 3. – С. 28–23. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.250918.28.395>
35. Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // Tehnički glasnik – Technical Journal. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступу : <https://hrcak.srce.hr/202359>
36. Большаков В. И. Основные этапы фрактального моделирования в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2019. – № 2. – С. 24–29. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.230419.244.289>
37. Большаков В. И. Об оценке применимости языка фрактальной геометрии для описания качественных трансформаций материалов / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2002. – № 4. – С. 116–121.
38. Основы организации фрактального моделирования : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев : Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.
39. Магнийевый чугун : монография / [К. И. Ващенко, Л. Софрони]. – Москва–Киев : Машгиз, 1960. – 489 с.

REFERENCES

1. Bolshakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Systemnyy analiz tekhnolohiyi vyrobnytstva masyvnoho metalevoho lyttya* [System analysis techniques of producing solid metal castings]. *Visnyk Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2015, no. 9, pp. 69–73. (in Ukrainian).

2. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu. I. *Identifikatsiya mnogoparametricheskikh, mnogokriterial'nykh tekhnologiy i puti ikh prakticheskoy realizatsii* [Multiparameter identification, multicriteria techniques and ways of their implementation]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2013, no. 4, pp. 5–11. (in Russian).
3. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria Technology]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
4. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O prognozirovanii kachestva tselevogo produkta v periodicheskikh tekhnologiyakh* [Predicting the quality of a desired product in periodic technologies]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 11, pp. 77–81. (in Russian).
5. Krivocheev A. E. Cast rolls. Moscow : Metallurgy, 1957, 360 p. (in Russian).
6. Skoblo T.S., Vorontsov N.M., Budagyants N.A. and others. *Prokatnyye valki iz vysokouglerodistykh staley* [Rolling rolls made of high-carbon steels]. Moscow : Metallurgiya, 1994, 336 p. (in Russian).
7. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Primeneniye teoretiko-informatsionnogo podkhoda dlya identifikatsii struktury metalla* [The use of information–theoretic approach to identify the structure of the metal]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 8, pp. 4–9. (in Russian).
8. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii imitatsionnogo modelirovaniya v materialovedenii* [The application simulated modelling in materials science]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2015, no. 4. pp. 26–31. (in Russian).
9. Volchuk V.M. and Shtandenko M.S. *Matematychna model prohnozu yakosti metalu* [Mathematical model of the metal quality forecast]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2018, no. 2, pp. 31–35. (in Ukrainian).
10. Skoblo T.S., Sidashenko A.I., Aleksandrova H.M., Klochko O.Yu. and others. *Proizvodstvo i primeniye prokatnykh valkov. Spravochnik* [Production and use of rolling rolls]. Kharkiv : CD no. 1, 2013, 572 p. (in Russian).
11. Volchuk V.N. *Issledovaniya vliyaniya khimicheskogo sostava chugunnykh prokatnykh valkov na ikh mekhanicheskiye svoystva* [Studies of the influence of the chemical composition of cast iron rolls on their mechanical properties]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 5, pp. 12–18. (in Russian).
12. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Prognozirovaniye i upravleniye kachestvennyimi kharakteristikami prokatnykh valkov* [Prediction and control of quality characteristics rolls]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2014, no. 9, pp. 9–14. (in Russian).
13. Bolshakov V. I., Volchuk V. M. and Dubrov Yu. I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian).
14. Volchuk V. and Tokosov S. *Sposib prohnozu mekhanichnykh vlastyvostey chavunnykh valkov* [Method of forecasting mechanical properties of cast-iron rolls]. ScienceRise. 2018, vol. 11. pp. 57–61. (in Ukrainian).
15. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii fraktal'nogo formalizma pri matematicheskom opisaniy struktury* [The fractal application formalism in mathematical description of the structure]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 2. pp. 26–33. (in Russian).
16. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. (in Russian).
17. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).
18. Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. New-York, San Francisco : Freeman, 1982, 480 p.
19. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K opredeleniyu metriki ob"yekta identifikatsii* [To the definition of the identity metric]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 4, pp. 10–14. (in Russian).
20. Zhuravel' I.M. and Svirs'ka L.M. Measurement of the mean grain size in a metal by using fractal dimensions. *Materials Science*. 2015, vol. 46, no 3, pp. 418–420.
21. Bolshakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrainy* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).
22. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials*. Saarbrucken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.
23. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Evaluation of High Strength Steel Fatigue. UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4-6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey, 2019, vol. 4, pp. 415–417.
24. Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Fractal approach in assessing the quality of steel 20. *Innovative Lifecycle Technologies of Housing, Industrial and Transportation Objects* : collective monograph / under the general editorship Savvitskyi M., Dnipro: SHEE “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”; Bratislava : Slovak University of Technology in Bratislava, 2018, pp. 48–53.
25. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M. and Kryzhanovskiy V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. In: *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd, 2019, vol. 968, p. 20–25.

26. Volchuk V.M. *Opredeleniye chuvstvitel'nosti mul'tifraktal'nykh kharakteristik metalla* [Determining the sensitivity of the multifractal characteristics of metals]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 12, pp. 10–14. (in Russian).
27. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Issledovaniye mikrostrukturnoy odnorodnosti stali U8 s primeneniyyem mul'tifraktal'nogo analiza* [Investigation of the microstructural uniformity of Y8 steel with the use of multifractal analysis]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2010, no. 4, pp. 31–38. (in Russian).
28. Volchuk V.N. *Primeneniye kontseptsii mul'tifraktalov dlya kontrolya kachestva nizkolegirovannoy stali* [Application of the concept of multifractal to control the quality of low-alloy steel]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 3, pp. 20–27. (in Russian).
29. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya veyvletno-mul'tifraktal'nogo podkhoda dlya otsenki struktury i svoystv malouglerodistoy stali* [Material science aspects of the use of wavelet and multifractal approach for assessing of the structure and properties of low-carbon steel]. *Metallofizika i noveyshiytekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2011, vol. 33, no. 3, pp. 347–360. (in Russian).
30. Volchuk V.N. *Primeneniye veyvlet-analiza dlya otsenki zerennoy struktury metallov* [The use of wavelet analysis to assess the grain structure of metals]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2009, no. 4, pp. 24–32. (in Russian).
31. Volchuk V.N. *K opredeleniyu oblasti kompromissa kharakteristik kachestva materialov* [By identifying areas compromise performance materials quality]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2015, no. 3, pp. 21–25. (in Russian).
32. Rényi A. *Probability Theory*. Amsterdam : North-Holland, 1970, 670 p.
33. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Puti prognoza mekhanicheskikh svoystv prokatnykh valkov* [Ways to forecast the mechanical properties of the rolls]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 1, pp. 19–40. (in Russian).
34. Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Mul'tifraktal'nyy analiz tverdostilystoprokatnykh valkov* [Multifractal hardness analysis of roller rolls]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 3, pp. 20–27. (in Ukrainian).
35. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. *Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism*. *Tehnički glasnik – Technical Journal*, 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
36. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osnovnyye etapy fractal'nykh modelirovaniya v materialovedenii* [Main stages of fractal modeling in materials science]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2019, no. 2, pp. 24–29. (in Russian).
37. Bolshakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Ob otsenke primenimosti yazyka fraktal'noy geometrii dlya opisaniya kachestvennykh transformatsiy materialov* [An estimate of the applicability of fractal geometry to describe the language of qualitative transformation of materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2002, no. 4, pp. 116–121. (in Russian).
38. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizatsii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv, Ukraine : PH "Akadempriodyka" National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
39. Vashchenko K.I. and Sofroni L. *Magniyevyy chugun* [Magnesium cast iron]. Moscow : Mashgiz, 1960, 489 p. (in Russian).

Надійшла до редакції 03.10.2019.