

УДК 669.017:519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.241219.64.603

ФРАКТАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ОЦІНЮВАННЯ МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ СТАЛІ СТ6

ФОРТИГІН А. А., *аспір.*

Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури», вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: fortigin13@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

Анотація. *Постановка проблеми* Актуальність роботи полягає в розробленні підходу до оперативного оцінювання механічних властивостей середньовуглецевих сталей широкого призначення у стані заводської поставки. Для вирішення цієї проблеми запропоновано використовувати апарат фрактального аналізу, що дозволяє оцінювати елементи структури різної геометричної складності. *Об'єктом дослідження* виступають фрактальні розмірності елементів структури сталі Ст6 у стані заводської поставки та її механічні властивості. *Матеріали і методики досліджень.* Для фрактального дослідження феритно-перлітної структури сталі Ст6 застосовували розроблену та запатентовану методику. Суть методики полягає у знаходженні збіжності значень фрактальної розмірності структури, обчисленої за допомогою точкового та клітинного методів. Фрактальний аналіз виконували за 400-кратного збільшення структури. Механічні іспити проводили згідно з ГОСТ 535-2005. *Результати та їх обговорення.* Отримано графіки залежностей між межею міцності на розрив, межею плинності, твердістю, відносним видовженням сталі Ст6 та фрактальними розмірностями фериту і перліту. Взаємно однозначна відповідність спостерігається між показниками міцності, твердості, пластичності і фрактальною розмірністю перліту (коефіцієнти парної кореляції зафіксовані в межах 0,66...0,86). Також встановлено зв'язок між відносним видовженням і фрактальною розмірністю фериту ($r^2 = 0,61...0,77$). Зафіксовано збільшення показників міцності і твердості сталі за зростання фрактальної розмірності перліту. Збільшення пластичності сталі (відносного видовження) також зафіксовано за збільшення фрактальної розмірності фериту. Це може бути зумовлено тим фактом, що рівновісні зерна металу характеризуються кращими механічними характеристиками і мають розмірність, близьку до топологічної розмірності площини шліфа 2. *Висновки.* Отримано моделі прогнозу механічних властивостей середньовуглецевої сталі Ст6 на основі аналізу фрактальних розмірностей її феритно-перлітної структури. Запропонований підхід можна розглядати як методику оперативного оцінювання критеріїв якості середньовуглецевих сталей у стані заводської поставки на основі аналізу їх структури.

Ключові слова: сталь Ст6; фрактальний аналіз; механічні властивості; перліт; ферит; модель; прогноз

ФРАКТАЛЬНИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛИ СТ6

ФОРТЫГИН А. А., *аспір.*

Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение «Приднiпровская государственная академия строительства и архитектуры», ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днипро, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: fortigin13@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

Аннотация. *Постановка проблемы.* Актуальность работы заключается в разработке подхода к оперативной оценке механических свойств среднеуглеродистых сталей широкого назначения в состоянии заводской поставки. Для решения этой задачи предложено использовать аппарат фрактального анализа, который позволяет оценивать элементы структуры различной геометрической сложности. *Объектом исследования* выступают фрактальные размерности элементов структуры стали Ст6 в состоянии заводской поставки и ее механические свойства. *Материалы и методики исследований.* Для фрактального исследования ферритно-перлитной структуры стали Ст6 применяли разработанную и запатентованную методику. Суть методики заключается в нахождении сходимости значений фрактальной размерности структуры, вычисленной с помощью точечного и клеточного методов. Фрактальный анализ выполняется при 400-кратном увеличении структуры. Механические испытания проводились согласно ГОСТ 535-2005. *Результаты и их обсуждение.* Получены графики зависимостей между пределом прочности на разрыв, границей текучести, твердостью, относительным удлинением стали Ст6 и фрактальной размерностью феррита и перлита. Взаимно однозначное соответствие наблюдается между показателями прочности, твердости, пластичности и фрактальной размерностью перлита (коэффициенты парной корреляции зафиксированы в пределах 0,66...0,86). Также установлена связь между относительным удлинением и фрактальной размерностью феррита ($r^2 = 0,61...0,77$). Зафиксировано увеличение показателей прочности и твердости стали при росте фрактальной размерности перлита. Увеличение пластичности стали (относительного удлинения) также зафиксировано при увеличении фрактальной размерности феррита. Это может быть обусловлено тем фактом, что равноосные зерна металла характеризуются лучшими механическими характеристиками и имеют размерность, близкую к топологической размерности плоскости шліфа 2. *Выводы.* Получены модели прогноза механических свойств

среднеуглеродистой стали Ст6 на основе анализа фрактальных размерностей ее ферритно-перлитной структуры. Предложенный подход можно рассматривать как методику оперативной оценки критериев качества среднеуглеродистых сталей в состоянии заводской поставки на основе анализа их структуры.

Ключевые слова: сталь Ст6; фрактальный анализ; механические свойства; перлит; феррит; модель; прогноз

FRACTAL APPROACH TO ASSESSMENT OF MECHANICAL PROPERTIES OF STEEL ST6

FORTYHIN A.A., *Postgraduate Student*

Department of Materials Science, State Higher Educational Institution “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernyshevskoho St., 49600, Dnipro, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: fortigin13@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-9838-5911

Abstract. Problem statement. The relevance of the work lies in the development of an approach to the rapid assessment of the mechanical properties of medium-carbon steels for general purposes in the state of factory delivery. To solve this problem, it is proposed to use the apparatus of fractal analysis, which allows you to evaluate the structural elements of various geometric complexity. **Object of study.** The object of the study is the fractal dimensions of structural elements of steel Ст6 in a state of factory supply and its mechanical properties. **Materials and research methods.** For fractal studies of the ferrite-pearlite structure of Ст6 steel, the developed and patented methodology was used. The essence of the technique is to find the convergence of the values of the fractal dimension of the structure, calculated using the point and cell methods. Fractal analysis was carried out at a 400-fold increase in the structure. Mechanical tests were carried out according to ГОСТ 535-2005. **Results and its discussion.** The dependencies between the tensile strength, yield strength, hardness, elongation of steel Ст6 and the fractal dimension of ferrite and perlite are obtained. A one-to-one correspondence is observed between the strength, hardness, plasticity and fractal dimension of perlite (pair correlation coefficients are fixed within 0,66...0,86). A connection was also established between the relative elongation and the fractal dimension of ferrite ($r^2 = 0,61...0,77$). An increase in the strength and hardness of steel was recorded with an increase in the fractal dimension of perlite. An increase in the ductility of steel (elongation) was also recorded with an increase in the fractal dimension of ferrite. This may be due to the fact that equiaxed metal grains are characterized by better mechanical characteristics and have a dimension close to the topological dimension of the thin section plane 2. **Conclusions.** Models for predicting the mechanical properties of medium carbon steel Ст6 are obtained based on an analysis of the fractal dimensions of its ferrite-pearlite structure. The proposed approach can be considered as a methodology for the rapid assessment of the quality criteria of medium-carbon steels in the state of factory supply based on an analysis of their structure.

Keywords: steel Ст6; fractal analysis; mechanical properties; perlite; ferrite; model; forecast

Постановка проблеми

Оцінки структури матеріалів за допомогою різних методик дозволяють знаходити відповідності між їх критеріями якості та структурними елементами [1–4]. Однак не завжди отримані моделі прогнозу якості металів можуть задовольняти поставленим цілям у зв'язку зі складною конфігурацією елементів їх структури [5; 6]. Це пояснюється неповнотою формальної аксіоматики, що виникає під час установлення взаємно однозначної відповідності між структурою та властивостями виробів із металів [7; 8].

Для часткової компенсації неповноти формальної аксіоматики в деяких випадках доцільно застосовувати фрактальний підхід [9–11]. Перевага фрактального аналізу над традиційними методиками оцінювання структури полягає у виборі метрики досліджень [12; 13], що дозволяє більш точно апроксимувати складні геометричні елементи. Тому фрактальна розмірність як кількісна оцінка багатьох елементів структури сталей та чавунів [14–16] дає

можливість застосовувати її у моделюванні властивостей, зокрема, механічних [17; 18].

З іншого боку, прогнозування механічних властивостей сталей для контролю їх якості дозволяє в подальшому економити значні кошти на проведення комплексу натурних іспитів [19; 20], тому являє собою перспективний напрямок розвитку сучасного металознавства.

У нашому дослідженні пропонується застосувати апарат фрактальної геометрії для моделювання структури та механічних властивостей середньовуглецевих сталей широкого призначення.

Об'єкт дослідження – фрактальні розмірності елементів структури середньовуглецевої сталі Ст6 та її механічні властивості, які вивчали на предмет установлення взаємно однозначної відповідності між ними.

Матеріали і методики досліджень

Елементи хімічного складу сталі Ст6сп змінювалися в межах існуючого ГОСТ 380-2005 (табл.).

Хімічний склад сталі Стбсп / Chemical composition of steel Стбсп

Хімічний склад	C	Si	Mn	Ni	S	P	Cr	Cu	As
Вміст в %	0,38–0,49	0,15–0,30	0,50–0,80	до 0,3	до 0,05	до 0,04	до 0,30	до 0,30	до 0,08

Сталь Стбсп у стані поставки має феритно-перлітну структуру (див. рис. 1). Зразки сталі для виготовлення шліфів для мікроаналізу проходили полірування і травлення в 4 % розчині азотної кислоти в етиловому спирті.

Результати мікроаналізу свідчать, що частка перліту в сталі Стбсп коливалась від 50 до 60 %, на ферит – припадає залишкова частка.

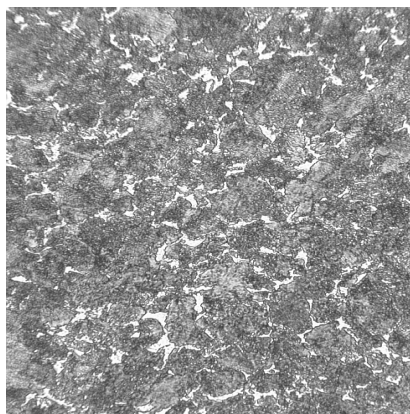


Рис. 1. Структура сталі Стбсп, ×400 / Fig. 1. Structure of steel Стбсп, ×400

Робоча зона механічних властивостей сталі Стбсп змінювалася в таких установлених нормативними документами межах: σ_B від 560 до 590 МПа; σ_T – 330...370 МПа; твердість – 215...240 одиниць за шкалою *НВ*; δ_5 – 18...21 % [21].

Аналіз робочої області механічних властивостей сталі Стбсп залежно від її хімічного складу (рис. 2) вказує на підвищення характеристик міцності (σ_B , σ_T) і твердості (*НВ*) за зростання масової частки вуглецю в межах 0,38 – 0,49 % і кремнію в межах 0,15...0,30 %, а також хрому з 0,040 до 0,30 % та нікелю з 0,038 до 0,30 %, що, у свою чергу, викликає зниження показників відносного видовження сталі (δ_5) з 21 до 18 %.

Слід зазначити, що в робочій області механічних властивостей (області їх компромісу), яка визначена графо-аналітичним методом шляхом перетинання робочих областей кожної із зазначених властивостей, спостерігається оптимальне співвідношення показників міцності і пластичності. Тобто в цій області механічні властивості мінімально вступають у протиріччя між собою.

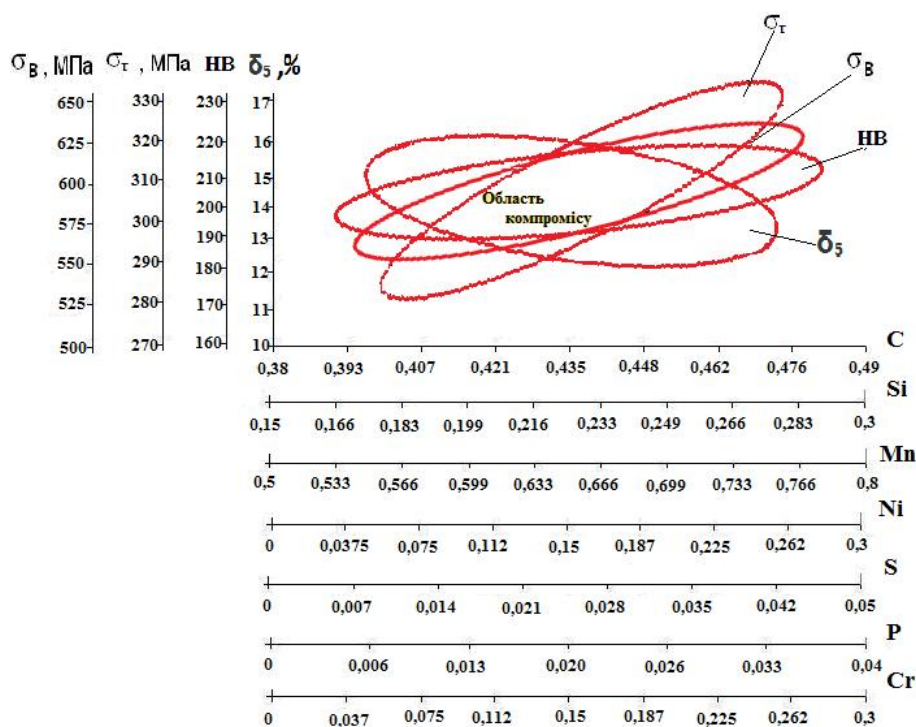


Рис. 2. Область компромісу механічних властивостей сталі Стбсп [21] / Fig. 2. Compromise area of mechanical properties of steel Стбсп [21]

Фрактальна розмірність мікроструктури сталі Ст3сп визначалася за розробленою та випробуваною на інших марках сталей та чавунів методикою [22].

На рисунку 3 наведено основні етапи розрахунку фрактальної розмірності феритно-перлітної структури сталі на прикладі мікроструктури, показаної на рисунку 1.

Визначення фрактальної розмірності зерен перліту (темні включення) та фериту (світлі включення) проводилося на основі збіжності її показників, обчислених клітинним методом за формулою Хаусдорфа (1) [23] та точкової розмірності (2) [24]:

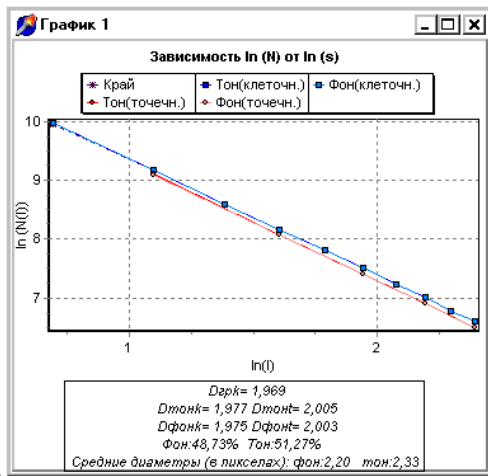
$$D = - \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}, \quad (1)$$

де $N(\delta)$ – кількість клітинок, що покривають об’єкт дослідження; δ – лінійні розміри клітинки.

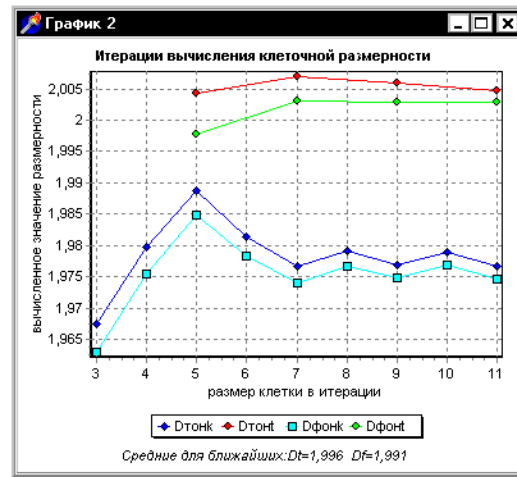
$$\tilde{N}(L) = \sum_{m=1}^K (1/m) P(m, L), \quad (2)$$

де $\tilde{N}(L)$ – середнє число клітинок розміром L , що покривають об’єкт дослідження. Тоді ймовірність того, що число клітинок N розміром L має m точок об’єкта, рівна:

$$\sum_{m=1}^M P(m, L) = 1.$$



а



б (b)

Рис. 3. Алгоритм розрахунку фрактальної розмірності елементів структури сталі Ст3сп: а – графік залежності $\ln(N(l))$ від $\ln(l)$; б – залежність фрактальної розмірності від розміру клітки в пікселях /

Fig. 3. The algorithm for calculating the fractal dimension of the elements of the steel structure Ст3сп:

a – graph of the dependence of $\ln(N(l))$ on $\ln(l)$; b – dependence of fractal dimension on cell size in pixels

На рисунку 3 а $D_{тонк}$ та $D_{тонл}$ – фрактальні розмірності перліту, обчислені за формулами клітинної розмірності (1) та точкової розмірності (2) відповідно. $D_{фонк}$ та $D_{фонл}$ – фрактальні розмірності фериту, обчислені, відповідно, за тими ж формулами.

Вибір збіжності значень розмірностей, обчислених за (1) і (2), наведено на рисунку 3 б. З нього випливає, що найкраща збіжність значень розмірностей спостерігається на п'ятому кроці вимірювань для клітинної та точкової розмірностей. Застосування цього підходу дозволяє отримувати більш точні значення фрактальної розмірності елементів структури сталі Ст3сп.

Результати та їх обговорення

Шляхом співставлення механічних властивостей та фрактальних розмірностей перліту та фериту отримано наведені нижче моделі (рис. 4, 5). Лінійний характер моделей свідчить про взаємно однозначну відповідність між розмірностями елементів структури досліджуваного металу та його

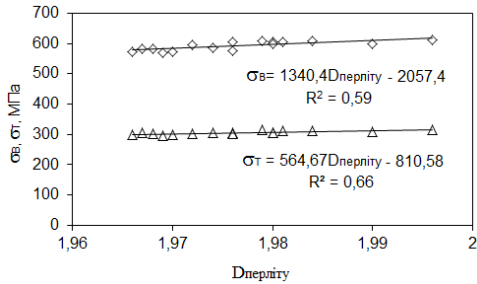
механічними характеристиками міцності і пластичності: σ_B , σ_T , HB та δ_5 .

У дослідженні впливу фрактальної розмірності зерен перліту на властивості сталі Ст3сп найбільша кореляція спостерігається між показниками відносного видовження δ_5 та розмірності перліту (коефіцієнт парної кореляції $R^2 = 0,86$). Це вказує, що не тільки вміст перліту впливає на пластичність сталі, й геометрична конфігурація його зерен, що фіксується за допомогою фрактальної розмірності. Відносно нижчі коефіцієнти кореляції встановлені для межі міцності ($R^2 = 0,59$), межі текучості ($R^2 = 0,66$) та твердості ($R^2 = 0,68$) (рис. 4 а-в). У праці [25] показники чутливості між фрактальною розмірністю структурних складових маловуглецевої сталі Ст3сп (фериту, перліту, відманштетового фериту, бейніту та мартенситу) та її механічними характеристиками (межею міцності, текучості, відносним видовженням та звуженням, твердістю й ударною в'язкістю) коливаються в межах від 0,2 до 0,9. Такий підхід дав можливість поліпшити точність прогнозу цих характеристик до 10%, що зумовлює зменшення кількості натурних

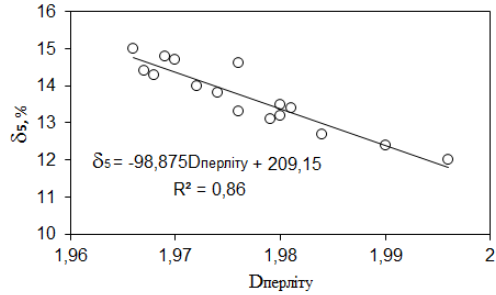
випробувань і проведення їх тільки в намічених контрольних точках.

Відповідно до отриманих результатів прогнозу механічних властивостей сталі Стбсп на основі аналізу фрактальної розмірності перліту можна зазначити, що важливим залишається фактор вибору

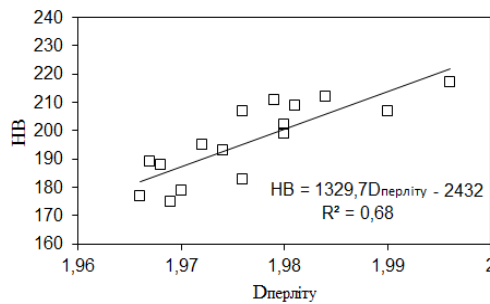
метрики для апроксимації зерен перліту. Вибір метрики досліджень, що задається відстанню між двома сусідніми точками на структурі, впливає безпосередньо на показники точності вимірювань і, відповідно, на точність прогнозу критеріїв якості сталей.



а



б (b)

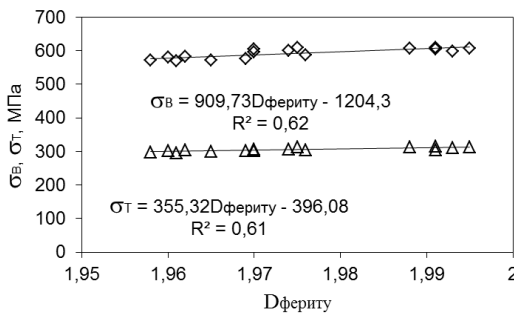


в (c)

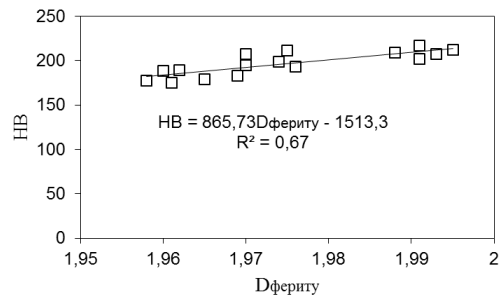
Рис. 4. Залежності механічних властивостей від фрактальної розмірності перліту /
Fig. 4. Dependences of mechanical properties on fractal dimension of perlite

Аналіз фрактальних моделей, наведених на рисунку 5, показав, що найбільша з наведених кореляцій $R^2 = 0,77$ спостерігається між фрактальною розмірністю фериту та відносним видовженням. Інші

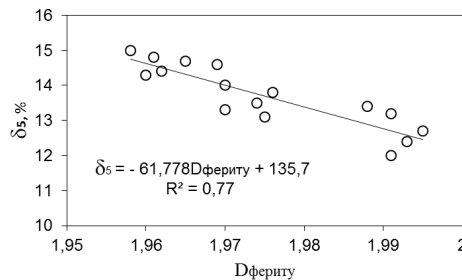
показники кореляції в отриманих моделях прогнозу для механічних властивостей зафіксовані в межах 0,61...0,67.



а



б (b)



в (c)

Рис. 5. Залежності механічних властивостей від фрактальної розмірності фериту /
Fig. 5. Dependences of mechanical properties on fractal dimension of ferrite

Отримано фрактальні моделі прогнозу механічних властивостей сталі Стбсп з феритно-перлітною структурою.

Висновки

Розроблено підхід до оцінювання механічних властивостей середньовуглецевої сталі Стб у стані заводської поставки. Він базується на прогнозі показників міцності, твердості і пластичності сталі з

використанням фрактальних розмірностей перліту та показників пластичності з використанням фрактальної розмірності фериту як більш пластичної фази.

Отримані математичні моделі прогнозу механічних властивостей сталі Стб можна трактувати як експрес-підхід, який можна застосовувати для контролю якості середньовуглецевих сталей на основі металографічного аналізу їх структури.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Zhuravel' I. M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation / I. M. Zhuravel' // *Materials Science*. – 2019. – Vol. 55. – № 2. – Pp. 187–192.
- Mishutin A. V. Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled floating structures / A. V. Mishutin, S. O. Kroviakov, N. V. Mishutin, V. L. Bogutsky // *Proceeding of the Second International Conference on Concrete Sustainability (ICCS16) (Madrid, Spain, 13–15 June 2016)*. – Barcelona, Spain : International Center for Numerical Method in Engineering, 2016. – Pp. 743–749.
- Іванцов С. В. Вплив параметрів структури на кінетику руйнування мікролегованих будівельних сталей : дис. на здоб. вчен. ступ. канд. техн. наук : 05.02.01 / Іванцов Сергій Вікторович. – Дніпропетровськ, 2014. – 192 с.
- Lyashenko T. Analysis of water effect on fracture toughness in cement-based composites using computational materials science methods / T. Lyashenko, V. Voznesensky, S. Krovyakov // *International symposium on brittle matrix composites*. – 2000. – Pp. 210–219.
- Фракталы в материаловедении : учеб. пособ. / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Днепропетровск : ПГАСА, 2006. – 253 с.
- Большаков В. И. Формирование модели прогноза качества материала, основанной на экспертной оценке и активном эксперименте / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Л. Н. Дейнеко, Ю. И. Дубров // *Компьютерное материаловедение и обеспечение качества : матер. к 45-му Междунар. сем. по моделированию и оптимизации композитов*. – Одесса : АстроПринт, 2006. – С. 146–150.
- Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. / K. Gödel // *Monatshefte für Mathematik und Physik*. – 1931. – Vol. 38. – № 1. – Pp. 173–198.
- Большаков В. И. Материаловедческие аспекты применения частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. – 2015. – № 5. – С. 10–16. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/47385/43497>
- Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature* : monograph / B. B. Mandelbrot. – New-York, San Francisco : Freeman, 1982. – 480 p. – Режим доступу : <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
- Большаков В. И. К вопросу о постановке задачи идентификации фрактальной структуры металла / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. – 2016. – № 5. – С. 35–39. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/68905/63995>
- Пути применения теории фракталов : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. – 146 с.
- Большаков В. И. К определению метрики объекта идентификации / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // *Металознавство та термічна обробка металів*. – 2016. – № 4. – С. 10–14. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/10-14/85306>
- Kroviakov S. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria / S. Kroviakov, V. Volchuk, M. Zavoloka, V. Kryzhanovskiy // *Materials Science Forum*. – Trans Tech Publications Ltd, 2019. – Vol. 968. – Pp. 20–25. – Режим доступу : <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.968.20>
- Volchuk V. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism / V. Volchuk, I. Klymenko, S. Kroviakov, M. Orešković // *Tehnički glasnik – Technical Journal*. – 2018. – Vol. 12. – № 2. – Pp. 93–97. – Режим доступу : <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>
- Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий / В. Н. Волчук // *Металлофизика и новейшие технологии*. – 2017. – Т. 39. – № 3. – С. 949–957. – Режим доступу : <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>
- Волчук В. Н. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла / В. Н. Волчук // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. – 2015. – № 12. – С. 10–14. – Режим доступу : <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/58941>
- Bolshakov V. I. Evaluation of High Strength Steel Fatigue / V. I. Bolshakov, V. M. Volchuk, O. F. Parhomenko // *UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium (pril 4–6, 2019, Karabuk University)*. – Karabuk, Turkey, 2019. – Vol. 4. – Pp. 415–417. – Режим доступу : <https://drive.google.com/open?id=1jfWwEhSuRl-3bGcv-dG7CzYnmMh7KcVT>
- Volchuk V. M. Fractal approach in assessing the quality of steel 20 / V. M. Volchuk, O. F. Parhomenko // *Innovative Lifecycle Technologies of Housing, Industrial and Transportation Objects : collective monograph / under the general editorship Savytskyi M.* – Dnipro : SHEE “Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture” ; Bratislava : Slovak University of Technology in Bratislava, 2018. – Pp. 48–53. – Режим доступу : <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/xmlui/handle/123456789/1380>

19. Fractals and properties of materials : monograph / [V. Bolshakov, V. Volchuk, Yu. Dubrov]. – Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. – 140 p.
20. Большаков В. И. Пути прогноза механических свойств прокатных валков / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – 2014. – № 1. – С. 19–40. – Режим доступу : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/19-40>
21. Фортигін А. А. Зона компромісу критеріїв якості сталі Ст6 / А. А. Фортигін // Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. – 2018. – № 6. – С. 77–82. – Режим доступу : <https://doi.org/10.30838/J.BPSACEA.2312.261218.77.451>
22. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А України. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. – Бюл. № 11. – 15.11.2002. – Режим доступу : <http://uapatents.com/3-51439-sposib-viznachennya-fraktalno-rozmirnosti-zobrazhennya.html>
23. Hausdorff G. Dimension und auberes Mab / G. Hausdorff // Mathematische Annalen. – 1919. – Vol. 79. – Pp. 157–179. – Available at: <http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PID=GDZPPN002266989>. (in Germany).
24. Crownover R. M. Introduction to Fractals and Chaos : monograph / R. M. Crownover. – Boston, London : Jones and Bartlett Publishers Inc., 1995. – 306 p.
25. Основы организации фрактального моделирования : монография / [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Киев : Академперіодика НАН України, 2017. – 170 с.

REFERENCES

- Zhuravel' I.M. Computer Analysis of the Distribution of Grain Sizes in the Structure of 12Kh1MF Steel After Operation, 2019, vol. 55, no 2, pp. 187–192.
- Mishutin A.V., Kroviakov S.O., Mishutin N.V., Bogutsky V.L. Modified expanded clay lightweight concretes for thin-walled floating structures. Proceeding of the Second International Conference on Concrete Sustainability (ICCS16) (Madrid, Spain, 13–15 June 2016). Barcelona, Spain : International Center for Numerical Method in Engineering, 2016, pp. 743–749.
- Ivantsov S.V. *Vplyv parametriv struktury na kinytyku ruynuvannya mikrolehovanykh budivel'nykh staley* [Influence of structure parameters on the kinetics of fracture of microalloyed structural steels]. Diss. na soisk. uchen. step. kand. tehn. nauk : 05.02.01 [Candidate Dissertation for Technical Sciences (05.02.01 – Materials Science)]. Dnipropetrovsk, 2014, 192 p. (in Ukrainian).
- Lyashenko T., Voznesensky V. and Krovyakov S. Analysis of water effect on fracture toughness in cement-based composites using computational materials science methods. International symposium on brittle matrix composites. 2000, pp. 210–219.
- Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in materials]. Dnipropetrovsk : PSACEA, 2005, 253 p. (in Russian).
- Bolshakov V.I., Volchuk V.N., Dubrov Yu.I. and Deineko L.N. *Formirovanie modeli prognoza kachestva materiala, osnovannoy na 'ekspertnoj ocenke i aktivnom 'eksperimente* [Formation of a model for predicting the quality of a material based on expert judgment and an active experiment]. *Komp'yuternoe materialovedenie i obespechenie kachestva : mater. k 45-mu mezhdunar. sem. po modelirovaniyu i optimizacii kompozitov* [Computer Science and Quality Assurance : mater. to the 45th Intern. Sem. on modeling and optimization of composites]. Odessa : AstroPrint, 2006, pp. 146–150. (in Russian).
- Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. Monatshefte für Mathematik und Physik. 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198. (in German).
- Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya chastichnoy kompensatsii nepolnoty formal'noy aksiomatiki* [Material aspects of use of partial compensation of incompleteness of formal axiomatics]. *Visnyk Prydniprovsk'oyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 5, pp. 10–16. (in Russian).
- Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature*. New-York, San Francisco: Freeman, 1982, 480 p.
- Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K voprosu o postanovke zadachi identifikatsii fraktal'noy struktury metalla* [Statement on the issue of the problem identification of fractal metal structures]. *Visnyk Prydniprovsk'oyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2016, no. 5, pp. 35–39. (in Russian).
- Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).
- Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *K opredeleniyu metriki ob'yekta identifikatsii* [To the definition of the identity metric]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2016, no. 4, pp. 10–14. (in Russian).
- Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M., and Kryzhanovskiy V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. Materials Science Forum. Trans Tech Publications Ltd, 2019, vol. 968, pp. 20–25.
- Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
- Volchuk V.M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian).
- Volchuk V.M. *Opredeleniye chuvstvitel'nosti mul'tifraktal'nykh kharakteristik metalla* [Determining the sensitivity of the multifractal characteristics of metals]. *Visnyk Prydniprovsk'oyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 12, pp. 10–14. (in Russian).
- Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Evaluation of High Strength Steel Fatigue. UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium (April 4–6, 2019, Karabuk University), Karabuk, Turkey, 2019, vol. 4, pp. 415–417.

18. Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Fractal approach in assessing the quality of steel 20. Innovative Lifecycle Technologies of Housing, Industrial and Transportation Objects : collective monograph. Under the general editorship Savytskyi M., Dnipro: SHEE "Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture"; Bratislava : Slovak University of Technology in Bratislava, 2018, pp. 48–53.

19. Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. Fractals and properties of materials. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.

20. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Puti prognoza mekhanicheskikh svoystv prokatnykh valkov* [Ways to forecast the mechanical properties of the rolls]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 1. pp. 19–40. (in Russian).

21. Fortihin A.A. *Zona kompromisu kryteriyiv yakosti stali St6* [Zone of compromise quality criteria of ST6 steel]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2018, no. 6, pp. 77–82. (in Ukrainian).

22. Bolshakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noyi rozmirnosti zobrazhennya* [Method for Determining the Dimensionality of Images]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).

23. Hausdorff G. Dimension und aueres Mab. *Mathematische Annalen*. 1919, vol. 79, pp. 157–179. (in German).

24. Crownover R.M. *Introduction to Fractals and Chaos*. Boston, London : Jones and Bartlett Publishers Inc., 1995, 480 p.

25. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizacii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv, Ukraine : Akademiya of National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).

Надійшла до редакції: 01.10.2019.