

УДК 519.21

## К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КЛАССА МЕТАЛЛА

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,  
 ВОЛЧУК В. Н.<sup>2\*</sup>, д. т. н., доц.,  
 ДУБРОВ Ю. И.<sup>3</sup>, д. т. н., проф.

<sup>1</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@yandex.ua](mailto:volchuky@yandex.ua), ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

<sup>3</sup> Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Аннотация. Постановка проблемы.** Сложность и многообразие структурных составляющих металла не всегда позволяют сделать его функциональное описание, строго определить метрику в пространстве его состояний. Задачи, решаемые только с помощью неприводимых алгоритмов, естественно называть численно неприводимыми. Гипотезу о численной неприводимости задачи идентификации качественных характеристик металлов (например, стали) можно сформулировать следующим образом: разрешающую функцию, областью определения которой является множество растровых изображений шлифов металла, а областью значений – множество векторов, характеризующих его качества, можно построить лишь путем применения алгоритма полного перебора. Вполне очевидно, что, учитывая технические и организационные трудности на этом пути, на данном этапе научно-технического прогресса следует, по крайней мере временно, отказаться от попыток решения этой задачи с помощью «чисто» аналитического аппарата. **Цель работы.** Для частичного устранения неполноты формальной аксиоматики, возникающей при описании структуры металла с помощью традиционных методик, предлагается метод, основанный на применении мультифрактального формализма с оценкой неопределенности (энтропии) структуры. **Результаты и их обсуждение.** Применяемый в настоящее время для оценки качественных показателей структуры мультифрактальный формализм позволяет более точно произвести оценку принадлежности конкретной структуры к определенному классу металла. Согласно теории мультифракталов, спектр статистических размерностей структуры вычисляется по классической формуле Реньи. Анализ полученных данных свидетельствует, что из спектра вычисленных статистических размерностей графита наилучшей чувствительностью к твердости чугуна обладает информационная размерность. Тренды информационной размерности графита и информационный показатель  $H_X$ , предложенный Шенноном, допустимо совпадают. Они имеют более точную сходимость, превосходящую визуальную оценку в  $0,89/0,22 = 4,05$  раза. **Выводы.** В статье показан один из путей определения принадлежности металла к конкретному классу путем прогноза его критериев качества с применением мультифрактального анализа и информационной энтропии структуры.

*Ключевые слова:* металл; энтропия; информационная размерность; критерии качества; прогноз

## ДО ВИЗНАЧЕННЯ КЛАСУ МЕТАЛУ

БОЛЬШАКОВ В. И.<sup>1</sup>, д. т. н., проф.,  
 ВОЛЧУК В. М.<sup>2\*</sup>, д. т. н., доц.,  
 ДУБРОВ Ю. И.<sup>3</sup>, д. т. н., проф.

<sup>1</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@yandex.ua](mailto:volchuky@yandex.ua), ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

<sup>3</sup> Кафедра металознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Анотація. Постановка проблеми.** Складність і різноманіття структурних складових металу не завжди дозволяють виконати його функціональний опис, строго визначити метрику в просторі його станів. Задачі, які розв'яються тільки за допомогою незвідних алгоритмів, природно називати чисельно незвідними. Гіпотезу про числову незвідність задачі ідентифікації якісних характеристик металів (наприклад, сталі) можна сформулювати так : роздільну функцію, область

визначення якої є безліч растрових зображень шліфів металу, а областю значень – множина векторів, що характеризують його якості, можна побудувати лише шляхом застосування алгоритму повного перебору. Цілком очевидно, що, з огляду на технічні та організаційні труднощі на цьому шляху, на даному етапі науково-технічного прогресу слід, принаймні, тимчасово, відмовитися від спроб розв'язання цієї задачі за допомогою «чисто» аналітичного апарату. **Мета роботи.** Для часткового усунення неповноти формальної аксіоматики, що виникає в процесі опису структури металу за допомогою традиційних методик, пропонується метод, заснований на застосуванні мультифрактального формалізму з оцінкою невизначеності (ентропії) структури. **Результати та їх обговорення.** Застосований в даний час для оцінки якісних показників структури мультифрактальний формалізм дозволяє більш точно провести оцінку належності конкретної структури до певного класу металу. Відповідно до теорії мультифракталів, спектр статистичних розмірностей структури обчислюється за класичною формулою Реньї. Аналіз отриманих даних свідчить, що зі спектра обчислених статистичних розмірностей графіту найкращою чутливістю до твердості чавуну володіє інформаційна розмірність. Тренди інформаційної розмірності графіту й інформаційний показник  $H_x$ , запропонований Шенноном, допустимо збігаються. Вони мають більш точну збіжність, що перевершує візуальну оцінку в  $0,89 / 0,22 = 4,05$  рази. **Висновки.** У статті показано один із шляхів визначення належності металу до конкретного класу шляхом прогнозу його критеріїв якості із застосуванням мультифрактального аналізу та інформаційної ентропії структури.

*Ключові слова:* метал; ентропія; інформаційна розмірність; критерії якості; прогноз

## BY THE DEFINITION OF THE METAL CLASS

*BOLSHAKOV V.I.<sup>1</sup>, Dr. Sc. (Tech.), Prof.,  
VOLCHUK V.M.<sup>2\*</sup>, Dr. Sc. (Tech.), Ass. Prof.,  
DUBROV Yu.I.<sup>3</sup>, Dr. Sc. (Tech), Prof.*

<sup>1</sup> Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment “Prydniprovs’ka State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [bolshakov@mail.pgasa.dp.ua](mailto:bolshakov@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0003-0790-6473

<sup>2\*</sup> Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment “Prydniprovs’ka State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [volchuky@yandex.ua](mailto:volchuky@yandex.ua), ORCID ID: 0000-0001-8717-6786

<sup>3</sup> Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment “Prydniprovs’ka State Academy of Civil Engineering and Architecture”, 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: [mom@mail.pgasa.dp.ua](mailto:mom@mail.pgasa.dp.ua), ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

**Summary. Formulation of the problem.** The complexity and diversity of structural metal components is not always possible to make its functional description, strictly define the metric in the space of states. Problems are solved only with the help of irreducible algorithms, naturally are called numerical irreducible. The hypothesis of numerical irreducibility problem of identification of qualitative characteristics of metals (eg, steel) can be formulated as follows: resolution function domain which is the set of raster images of the metal thin sections, and the range of values - a set of vectors describing its quality, it can only be built by applying the exhaustive search algorithm. It is clear that, considering the technical and organizational difficulties along the way, at this stage of scientific and technological progress should be at least temporarily abandon attempts to solve this problem by using "pure" analytical apparatus. **Purpose.** To partially eliminate of the formal axiomatic incompleteness arised with describing of the metal structure by conventional methods, we propose a method based on the use of the multifractal formalism of estimation uncertainty (entropy) of the structure. **Results and discussion.** Currently used for the evaluation of quality indicators structure multifractal formalism can more accurately assess the specific structure of supplies to a particular class of metal. According to the theory of multifractals the spectrum statistical dimensions of the structure is calculated according to the classical formula Renyi. The data analysis shows that from the spectrum of the calculated statistical graphite dimension the best sensitivity to the cast iron hardness has an information dimension. Trends of the graphite informational dimension and an information indicator  $H_X$  proposed by Shannon are acceptable match. They have a more accurate convergence, exceeding the visual rating in  $0.89 / 0.22 = 4.05$  times. **Conclusions.** Thus, the article shows one of the ways to determine the metal belonging to a particular class by its quality criteria prediction with a multifractal analysis and a structure information entropy applying.

*Keywords:* metal; entropy; information dimension; quality criteria; forecast

### Постановка проблеми

Оценка принадлежности металла к конкретному классу, основанная на анализе его структуры, является вычислительно неприводимой задачей [1; 2]. Последнее связано с тем, что проведение натурных испытаний на том или ином изделии из металла, в силу различных условий его изготовления и эксплуатации, не всегда технически

осуществимо в виду нарушения целостности самого изделия, что затрудняет оценку и прогноз его критериев качества. Следует также отметить, что под влиянием различных эксплуатационных факторов (температура, давление, агрессивная среда и т. д.) структура металла претерпевает изменения, что зачастую отражается на его качестве. Например, для железоуглеродистых сплавов в процессе различных условий производства или термической обработки

получают смешанные типы структур (видманштеттовые, бейнитно-мартенситные и т. д.). Подобного рода структурные составляющие, ввиду сложной геометрической конфигурации их элементов и неоднородного распределения по объему, не всегда четко определяются с помощью традиционных методов количественной металлографии. Последнее осложняется как определением принадлежности металла к конкретному классу, так и, соответственно, прогнозом его показателей качества на основании анализа структуры.

Наличие структуры металла, которая не поддается допустимо точной идентификации, объясняется

неполнотой её формальной аксиоматики [3–5]. Зачастую эту неполноту исследователи пытаются компенсировать применением математической статистики для описания этой структуры (см., например, [5]). Однако неизбежные различия в её изображениях, получаемых при одинаковых условиях изготовления металла, ставят под сомнение статистически получаемые результаты, характеризующие его качество [5] (рис. 1). Неполнота формальной аксиоматики инициирует *вычислительную неприводимость задачи идентификации* структуры исследуемого металла, проявляющуюся в неосуществимости создания допустимо точного математического её описания [6].

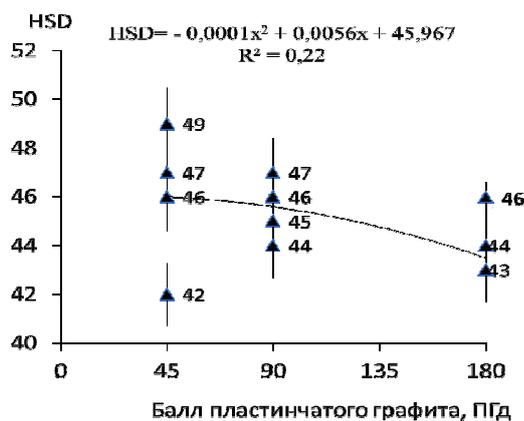


Рис. 1. Зависимость твердости от балловой оценки пластинчатого графита валкового чугуна /  
Fig. 1. The dependence of the hardness on the score grain flake graphite cast iron roll

Гёдель своей работой [3], опубликованной им ещё в начале 1931 года, доказал теорему о том, что в теориях, конструируемых на основании формальной аксиоматики, значения исходных терминов и их интерпретации являются неполными и поэтому, добавим мы, являются *неточными*.

Определение принадлежности металла к тому или иному классу, минуя прямые испытания с присваиванием этому металлу балловых оценок (например, для чугуна, согласно Госстандарту 8233), допускающих прогнозирование показателей его качества, на практике реализуется при визуальной оценке принадлежности его структуры к определенному классу.

С учётом применения визуальной оценки структуры металла, которую используют при определении принадлежности металла к определенному классу, во время присваивания этой структуре баллов, применение данного способа зачастую дает погрешность, неприемлемую для практических целей.

Это связано с наличием достаточно большого числа отличающихся между собой изображений одной и той же структуры, полученной при одних и тех же условиях ее изготовления, что указывает на то, что поставленная задача является вычислительно неприводимой.

### Цель работы

Для частичного устранения неполноты формальной аксиоматики, возникающей при описании структуры металла с помощью традиционных методик, предлагается метод, основанный на применении мультифрактального формализма с оценкой неопределенности (энтропии) структуры.

### Результаты и их обсуждение

Данный метод заключается в том, что производится определение фрактальной размерности структуры металла с энтропийной ее оценкой, что дает возможность сравнить получаемый при этом результат с балловой оценкой, производимой лицом, принимающим решение. Это позволяет на основании анализа полученных оценок проводить прогноз качества исследуемого металла и, соответственно, определять принадлежность этого металла к определенному классу или марке, что должно свести к минимуму количество натуральных испытаний.

Применяемый в настоящее время для оценки качественных показателей структуры

мультифрактальный формализм позволяет более точно произвести оценку принадлежности конкретной структуры к определенному классу металла [2]. Согласно теории мультифракталов, спектр статистических размерностей структуры вычисляется по классической формуле Реньи [7]:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (1)$$

где  $p_i$  – вероятность попадания точки, находящейся на исследуемом объекте, в  $i$ -ю ячейку при покрытии этого объекта квадратной сеткой размером  $\delta$ , а показатель степени  $q$  задан в диапазоне от  $-200$  до  $+200$ .

Предлагаемая схема реализована на примере сортопрокатного (С) валкового чугуна марок СПХН 41-49 со структурой пластинчатого (П) графита, легированного хромом (Х) и никелем (Н). Визуальная оценка структуры валкового чугуна производилась согласно Госстандарту 8233, а его класс определялся в зависимости от показателей твердости HSD (ТУ У 14-2-1188-97) и составляет 41...49 единиц, согласно которым исследуемая марка – СПХН 41-49. Генерация меры проводилась с применением ЭВМ по темным участкам структуры (пластинчатый графит) при 100 % площади покрытия изображения квадратными ячейками  $35 \times 35$  пикселей, что при  $\times 500$  соответствует размерам  $24,7 \times 24,7$  мкм.

Энтропийные показатели графита вычислялись согласно формуле К. Шеннона (2) [8–10]:

$$H_x = - \sum_{i=1}^N p_i \cdot \ln p_i, \quad (2)$$

где  $p_i$  – вероятность состояния данной структуры, определяемая как вероятность попадания точки, находящейся на исследуемом объекте, в  $i$ -ю ячейку с заданным размером  $\delta$  квадратной сетки.

Анализ полученных данных свидетельствует, что из спектра вычисленных статистических размерностей графита наилучшей чувствительностью к твердости чугуна обладает информационная размерность

$$D_1 = \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i \cdot \ln p_i}{\ln \delta} = - \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{H_x}{\ln \delta}$$

[11–13], вычисленная согласно спектру (1). Ее связь с твердостью приведена ниже (3):

$$HSD = 15,329 \cdot D_1 + 19,207 \quad R^2 = 0,89. \quad (3)$$

Тренды информационной размерности графита и информационный показатель  $H_x$ , предложенный Шенноном (2), допустимо совпадают. Они имеют более точную сходимость, превосходящую визуальную оценку в  $0,89/0,22 = 4,05$  раза.

На рисунке 2, проведя вертикаль (например, АВ, через указанные области), можно прогнозировать показатели твердости по баллам графита чугуна (коэффициент корреляции  $R^2 = 0,22$ ), энтропии ( $R^2 = 0,43$ ) и фрактальной (информационной) размерности ( $R^2 = 0,89$ ). Как показал опыт, такой подход удобно применять при прогнозировании твердости валков, а, соответственно, и их марки в условиях производства.

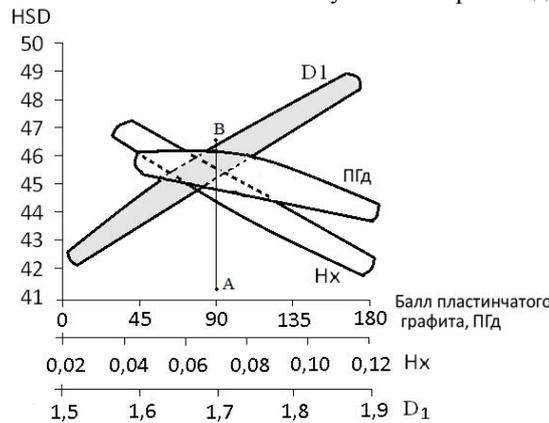


Рис. 2. Области допустимых значений твердости в зависимости от фрактальной размерности  $D_1$  графита валкового чугуна с учетом неопределенности его структуры  $H_x$  и балловой оценки ПГд / Fig. 2. Area permissible hardness values as a function of the fractal dimension  $D_1$  graphite cast iron roll-based entropy  $H_x$  structure and PGd score grain

**Выводы**

Таким образом, в статье показан один из путей определения принадлежности металла к конкретному

классу путем прогноза его критериев качества с применением мультифрактального анализа и информационной энтропии структуры.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Большаков В. И. Вычислительно неприводимые системы и пути их идентификации / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – Дніпропетровськ : ДВНЗ ПДАБА, 2014. – № 1. – С. 5–18.  
Режим доступа : <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/19-40/54572>
2. Пути идентификации периодических многокритериальных технологий : монография [Ю. Дубров, В. Большаков, В. Волчук]. – Саарбрюккен, Германия : Академия Палмара, 2015. – 236 с.  
Режим доступа : <https://www.ljubljuknigi.ru/store/ru/book/Пути-идентификации-периодических-многокритериальных-технологий/isbn/978-3-659-60262-7>
3. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme / K. Gödel // I. Monatshefte für Mathematik und Physik, 1931, vol. 38, pp. 173–198.  
Режим доступа : <http://www.w-k-essler.de/pdfs/goedel.pdf>
4. Большаков Вад. І. Про неповноту формальної аксіоматики в задачах ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2014. – № 4. – С. 55–59.  
Режим доступа : <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/69367>
5. Большаков Вад. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, В. М. Волчук [та ін.] // Вісник НАН України. – 2014. – № 12. – С. 45–48.  
Режим доступа : <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
6. Большаков В. И. Пути решения задач идентификации качественных характеристик материалов на основе экспертных систем / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров, А. Н. Ткаченко [и др.] // Доповіді НАН України. – 2006. – № 4. – С. 97–102.  
Режим доступа : <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/>
7. Rényi A. Probability Theory / A. Rényi A // Amsterdam. The Netherlands : North-Holland, 1970, 670 p.  
Режим доступа : <http://www.abebooks.com/PROBABILITY-THEORY-Renyi-A-North-Holland-Publishing/9932099825/bd>
8. Shannon Claude E. A Mathematical Theory of Communication / Claude E. Shannon // Bell System Technical Journal, 1948, vol. 27 (3), pp. 379–423.  
Режим доступа : <http://worrydream.com/refs/Shannon%20-%20A%20Mathematical%20Theory%20of%20Communication.pdf>
9. Shannon Claude E. A Mathematical Theory of Communication / Claude E. Shannon // Bell System Technical Journal, 1948, vol. 27 (4), pp. 623–656.  
Режим доступа : <https://www.cs.ucf.edu/~dcm/Teaching/COP5611-Spring2012/Shannon48-MathTheoryComm.pdf>
10. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике : монография / К. Шеннон. – Москва : Изд. иностр. лит., 1963. – 830 с.  
Режим доступа : <http://www.dissercat.com/content/kombinatorno-informatsionnaya-otsenka-slozhnosti-pri-sinteze-diskretnykh-upravlyayushchikh-u>
11. Большаков В. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении / В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – 2008. – № 11. – С. 99–107.  
Режим доступа : <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/>
12. Фракталы в материаловедении : монография [В. И. Большаков, В. Н. Волчук, Ю. И. Дубров]. – Днепропетровск : ПГАСА, 2006. – 253 с.  
Режим доступа : [http://anvsu.org.ua/index\\_files/Biographies/Bolchakov.htm](http://anvsu.org.ua/index_files/Biographies/Bolchakov.htm)
13. Большаков В. И. Об оценке применимости языка фрактальной геометрии для описания качественных трансформаций материалов / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров // Доповіді НАН України. – № 4. – 2002. – С. 116–121.  
Режим доступа : <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/>

## REFERENCES

1. Bolshakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Vychislitel'no neprivodimyye sistemy i puti ikh identifikatsii* [Computationally irreducible systems and their identification]. *Metaloznnavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metallurgy and heat treatment of metals]. *DVNZ PDABA* [SHEE PSAEA]. Dnipropetrovsk, 2014, no. 1, pp. 5–18. (in Russian).
2. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy : monografiya* [Road periodic identification of multi-criteria technologies : monograph]. Saarbrücken, Palmarium Academic Publ., 2015, 236 p. (in Russian).
3. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I. Monatshefte für Mathematik und Physik. 1931, vol. 38, pp. 173–198.
4. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Pro nepovnotu formalnoyi aksiomatyky v zadachakh identyfikatsiyi struktury metalu* [About incompleteness formal axiomatic in problems of identification of metal structure]. *Visnik NAN Ukraini*. [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 4, pp. 55–59. (in Ukrainian).
5. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. [and oth.]. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnik NAN Ukraini* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).
6. Bolshakov V.I., Dubrov Yu.I., Tkachenko A.N. [and oth.]. *Puti reshenia zadach identifikatsii kachestvennykh charakteristik materialov na osnove ekspertnykh sistem* [Ways of solving problems of identification of the qualitative characteristics of materials on the basis of expert systems]. *Dopovidi NAN Ukraini* [Reports National Academy of Sciences of Ukraine]. 2006, no. 4, pp. 97–102. (in Russian).
7. Rényi A. Probability Theory. Amsterdam. The Netherlands : North-Holland, 1970, 670 p.
8. Shannon, Claude E. *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Technical Journal. 1948, vol. 27 (3), pp. 379–423.

9. Shannon, Claude E. A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal. 1948, vol. 27 (4), pp. 623–656.
10. Shannon K. *Raboty po teorii informatsii i kibernetike* [Works on information theory and cybernetics]. Moscow : Foreign Lit. Publ., 1963, 830 p. (in Russian).
11. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi NAN Ukraïni* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).
12. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii : monografia* [Fractals in materials : monograph]. Dnipropetrovsk : PSAEA Publ., 2006, 253 p. (in Russian).
13. Bol'shakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Ob otsenke primenimosti yazyka fraktal'noy geometrii dlya opisaniya kachestvennykh transformatsiy materialov* [An estimate of the applicability of the language of fractal geometry to describe Ria-quality transformation of materials]. *Dopovidi NAN Ukraïni* [Reports National Academy of Sciences of Ukraine]. 2002, no. 4, pp. 116–121. (in Russian).

Поступила в редколлегию 25.02.2016

Принята к печати 01.03.2016