

УДК 669.017:519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.050722.7.858

АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

БОЛЬШАКОВ В. І.¹, докт. техн. наук, проф.,ВОЛЧУК В. М.^{2*}, докт. техн. наук, доц.,КОТОВ М. А.³, канд. техн. наук, доц.,ФІСУНЕНКО Д. П.⁴, бакалавр

¹ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshakov.volodymyr@pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-2624-4666

^{2*} Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

³ Кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 261-85-34, e-mail: kotov.nykolay@pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0233-0663

⁴ Кафедра опалення, вентиляції, кондиціонування та теплогазопостачання, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпро, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: fisunenkode@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3477-8713

Анотація. *Вступ.* З початку застосування теорії фракталів для моделювання структури та властивостей матеріалів минуло вже понад 40 років. За цей час у багатьох публікаціях підтверджено зв'язок між фрактальною (дрбною) розмірністю елементів структури різних матеріалів і їх фізико-механічними властивостями. Але наразі не існує єдиного підходу в питаннях організації фрактального моделювання. Тому в наведеній статті виконано аналіз деяких етапів фрактального моделювання з метою оцінення їх застосування для конкретних випадків прогнозу критеріїв якості металів та бетонів. **Основна частина.** Розглянуто один з алгоритмів фрактального моделювання, що застосовується в матеріалознавстві: обчислення фрактальної розмірності D об'єкта дослідження за формулою Ф. Хаусдорфа; визначення самоподібності об'єкта (інваріантність відносно масштабу уявлення); дослідження моделі на відповідність умовам, що відповідають показнику чутливості; вибір функції мети (критерію якості), змінних (фрактальних розмірностей елементів будови) та реперних точок; формалізація отриманих результатів (вибір адекватної моделі, що описує зв'язок між фрактальною структурою матеріалу та його властивостями); оцінювання ступеня неоднорідності фрактального об'єкта за формулою Реньї на належність до мультифракталів; інтерпретація отриманих результатів. Наведено приклади реалізації кожного з пунктів алгоритму фрактального моделювання. З'ясовано доцільність доповнення розглянутого алгоритму за рахунок можливості застосування фрактального формалізму у ранжуванні критеріїв якості на прикладі металу та бетону. Застосування подібного системного підходу у фрактальному моделюванні дозволяє поліпшити результати прогнозу досліджуваних властивостей матеріалів на основі аналізу їх структури та макроструктури. У свою чергу, це сприяє встановленню нових закономірностей структура–властивості. **Висновки.** Запропоновано варіанти доповнення алгоритму фрактального моделювання структури та властивостей металів (сталі і чавуну) й бетонів. Застосування цих алгоритмів дозволяє не тільки встановлювати співвідношення, а й оцінювати чутливість між фрактальною розмірністю структури і властивостями, а також проводити ранжування критеріїв якості матеріалів на основі аналізу робочої області їх значень.

Ключові слова: модель; фрактал; алгоритм; механічні властивості; структура; прогноз

ASPECTS OF FRACTAL MODELLING APPLICATION

BOLSHAKOV V.I.¹, Dr. Sc. (Tech.), Prof.,VOLCHUK V.M.^{2*}, Dr. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,KOTOV M.A.³, Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.,FISUNENKO D.P.⁴, bachelor

¹ Department of Materials Science and Materials Processing, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Chernyshevskoho Str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. + 38 (056) 745-23-72, e-mail: bolshakov.volodymyr@pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-2624-4666

^{2*} Department of Materials Science and Materials Processing, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Chernyshevskoho Str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: volchuky@gmail.com, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

³ Department of Reinforced-Concrete and Masonry Constructions, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Chernyshevskoho Str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (097) 261-85-34, e-mail: kotov.nykolay@pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0233-0663

⁴ Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning and Heat and Gas Supply, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Chernyshevskoho Str., Dnipro, 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: fisunenkode@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-3477-8713

Abstract. Purpose of research. More than 40 years ago, the theory of fractals applied to model of materials structure and properties firstly. During this time in many publications, the connection between the fractal (fractional) dimension of various materials structural elements and their physical and mechanical properties have confirmed. But unified approach to the organisation of fractal modelling not defined. This article analyses some steps of fractal modelling in order to assess their application to specific cases of predicting quality criteria for metals and concretes. **Results.** One of the fractal modelling algorithms used in materials science is considered. The algorithm consist of: calculation of the fractal dimension D for the research object according to F. Hausdorff's formula; definition of object self-similarity (invariance with reference to the representation scale); model investigation for compliance with the conditions corresponding to the sensitivity index; choice of a objective function (quality criterion), variables (fractal dimensions of structural elements) and reference points; formalization of the obtained results (selection of an adequate model describing the connection between the fractal structure of the material and its properties); estimation of the fractal object heterogeneity degree according to Rainier's formula for belonging to multifractals; interpretation of the obtained results. Examples of implementation for each step of the fractal modelling algorithm are given. The expediency of supplementing the considered algorithm due to the possibility of applying fractal formalism in the quality criteria ranking by the metal and concrete example is considered. The application of such a systematic approach in fractal modelling allows to improve the investigated material properties prediction based on the analysis of their structure and macrostructure. In turn, this leads to the finding of new structure-property regularities. **Conclusions.** Variants for supplementing the algorithm for fractal modelling of the structure and properties for metals (steel and cast iron) and concretes are proposed. The application of these algorithms allow the correlation and sensitivity estimation between the fractal dimension of the structure and the properties, as well as the ranking of the quality criteria for the materials based on the analysis of the working range of their values.

Keywords: *model; fractal; mechanical properties; structure; prediction*

Вступ

У зв'язку із сучасними потребами людства вже розроблено багато різних матеріалів. Оцінка їх експлуатаційного ресурсу базується на дослідженнях складу, структури та властивостей. Встановлення зв'язку між структурою та властивостями матеріалів залишається одним із головних питань металознавства. Для вирішення цього питання застосовують як технологічні можливості (обладнання для досліджень), так і математичний апарат. На кожному масштабному рівні представлення будови матеріалу можна виявити ті чи інші структурні складові, що дотичні певною мірою до властивостей.

Зв'язок між традиційними евклідовими характеристиками структури (довжина, площа і об'єм) та властивостями матеріалів не завжди адекватно можна описати. Причиною тому може служити той факт, що реальна мікро- та макробудова потребує

більш диференційної оцінки. Виходячи з теореми Геделя [1], неповноту формальної аксіоматики для ідентифікації того чи іншого об'єкта можна компенсувати застосуванням мови більш високого рівня.

Тому введення Б. Мандельбротом [2] в 70-х роках ХХ століття фрактальної геометрії значно розширило можливості оцінення складних геометричних об'єктів завдяки більш диференційному оціненню їх розмірності, що здебільшого виявилася нецілочисловою (фрактальною).

Як показали численні дослідження останніх років, фрактальна природа властива для структури багатьох матеріалів: металів [3–5], бетонів [6; 7], композитів [8; 9], гуми [10], деревини [11], гірських порід [12] і т. д. Але для застосування фрактального апарату до вивчення того чи іншого об'єкта бажано користуватись певним алгоритмом дій.

У запропонованій статті розглядаються деякі аспекти фрактального моделювання

структури і властивостей чавуну і бетону, що дозволяють завдяки застосуванню певних алгоритмів отримувати більш адекватні результати моделей прогнозу.

Основна частина

Одна з причин необхідності застосування певного алгоритму для встановлення взаємно однозначної відповідності між фрактальною розмірністю будови матеріалу та його властивостями – це наявність багатьох параметрів [13–17]. До параметрів слід віднести структурні складові, кожна з яких характеризується власною фрактальною розмірністю, та спектр властивостей матеріалу. Тому застосовувати фрактальний формалізм для ідентифікації того чи іншого об’єкта дослідження доцільно після проведення експертного аналізу.

У рамках організації фрактального моделювання структури і властивостей матеріалів немає єдиного підходу. Існують окремі фрагменти розроблених алгоритмів, наприклад, [18–20]:

- обчислення фрактальної розмірності D об’єкта дослідження за формулою Ф. Хаусдорфа [21]: $D = \log N(\delta) / \log (\delta)$, де $N(\delta)$ – кількість клітинок, якими покривають об’єкт (структуру); δ – лінійні розміри клітини;
- модель фрактального типу базується на визначенні самоподібності об’єкта (інваріантність відносно масштабу уявлення) [22; 23];
- визначення масштабу представлення фрактального об’єкта (масштабу структури) [22; 24; 25];
- дослідження моделі на відповідність умовам, що відповідають показнику чутливості [22; 26–28]:

$$K = |Y_i - Y_{i+1}| / |X_i - X_{i+1}|, \quad (1)$$

де X_i та X_{i+1} – показники якості у двох довільно вибраних точках об’єкта; Y_i та Y_{i+1} – значення фрактальних розмірностей елементів структури у цих точках;

- вибір функції мети (критерію якості), змінних (фрактальних розмірностей

елементів будови) та реперних точок у просторі станів досліджуваної моделі;

- формалізація отриманих результатів (вибір адекватної моделі, що описує зв’язок між фрактальною структурою матеріалу та його властивостями) [29–32];
- оцінка ступеня неоднорідності фрактального об’єкта за формулою Реньї на належність до мультифракталів [33–35];
- інтерпретація отриманих результатів [36–42].

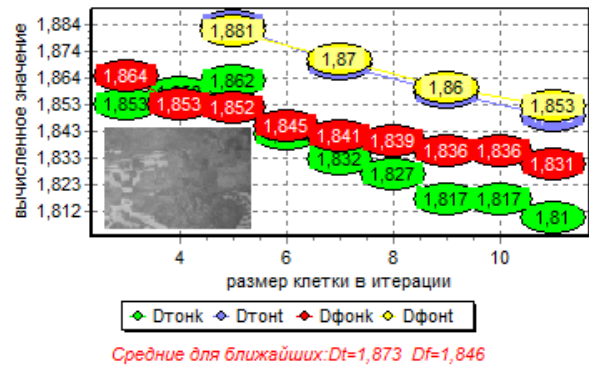


Рис. 1. Запатентований спосіб обчислення фрактальної розмірності валкового чавуну [36]

Щодо короткого аналізу окремих фрагментів розроблених алгоритмів, слід зауважити, що фрактальна розмірність визначається за допомогою комбінованого підходу [21]. Цей підхід поєднує клітинну Dk та точкову Dt фрактальні розмірності. Фрактальна розмірність визначається на тому кроці ітерацій, коли спостерігається найбільша збіжність її значень (рис. 1). В даному випадку найбільша збіжність результатів зафіксована на 5-му кроці обчислень для темних ділянок структури (пластинчастого перліту валкового чавуну)

$$Dt = \frac{(Dk + Dt)}{2} = 1,873. \quad \text{Фрактальна}$$

розмірність світлих ділянок (карбідів) найкраще збігалася на 9-му кроці ітерацій:

$$Df = \frac{(Dk + Dt)}{2} = 1,848.$$

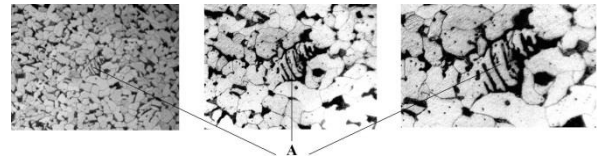
Застосування комбінованого підходу дає більш достовірні значення фрактальних розмірностей структурних складових.

Визначення самоподібності об’єкта дослідження (повторюваності об’єкта за різних масштабів) проводилося для встановлення меж існування його

фрактальних властивостей. Цей факт можна пояснити тим, що, на відміну від класичних математичних фракталів (ковдри Серпинського, губки Менгера та ін.), реальні фрактальні структури мають певну межу самоподібності. Оскільки за збільшення масштабу представлення структури розглядається, наприклад, не зерно металу, а його субзеренна будова тощо. Тому цей момент дуже важливий у виборі масштабу структури для розрахунку її фрактальної розмірності.

На рисунку 2 наведено феритно-перлітну структуру маловуглецевої сталі Ст3. Аналіз структури в масштабному діапазоні за збільшення від 100 до 1 000 разів показав, що найкраща збіжність результатів спостерігається за збільшення

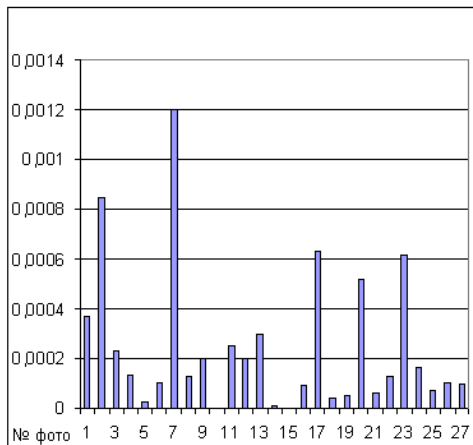
×550, оскільки у двох сусідніх масштабах (×500, ×600) значення фрактальних розмірностей мінімально різнилися між собою 1,62 та 1,65 відповідно.



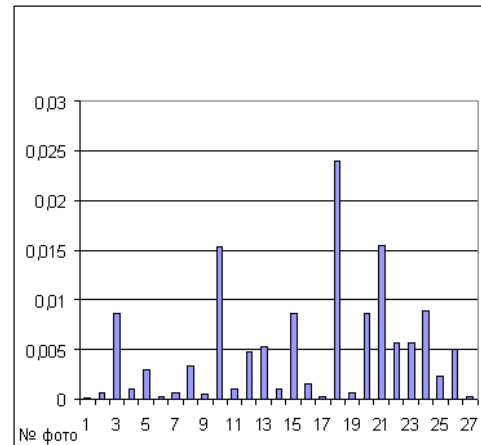
а, (×100) б, (×500) в, (×1 000)

Рис. 2. Мікроструктура сталі Ст3 [22]

Чутливість феритно-перлітної структури сталі Ст3 до показників її мікротвердості для статистичної вибірки із 27 фотознімків показана на рисунку 3.



а



б

Рис. 3. Чутливість між фрактальними розмірностями фериту (а) та перліту (б) сталі Ст3 та її мікротвердістю: фото 1–9 – для зразка № 1; фото 10–18 – для зразка № 2; фото 19–27 – для зразка № 3 [22]

Визначення коефіцієнтів чутливості допомагає оцінити структурні трансформації матеріалів. Наприклад, для тієї ж марки сталі Ст3 термічна обробка очікувано викликала зміни структури та властивостей металу, що було зафіксовано зміною розмірностей структури (фериту, перліту, бейніту, відманштетового фериту, мартенситу) [28].

У праці [29] на основі визначення показників чутливості отримані наступні результати експерименту зі сталлю Ст3. Визначення механічних властивостей сталі

(σ_b , σ_t , δ , ψ , КСЧ+20 та HRB) та фрактальної розмірності структури бейніту (D_b), фериту (D_f), границь зерен (D_{gr}) проводилося для арматури діаметром 24 мм у трьох реперних точках (0, 6 і 12 мм від середини зразків арматури) без урахування знеуглецьованої поверхні.

Коефіцієнти чутливості, обраховані за формулою (1), механічних характеристик до фрактальної розмірності феритно-бейнітної структури сталі Ст3 наведені на рисунку 4.

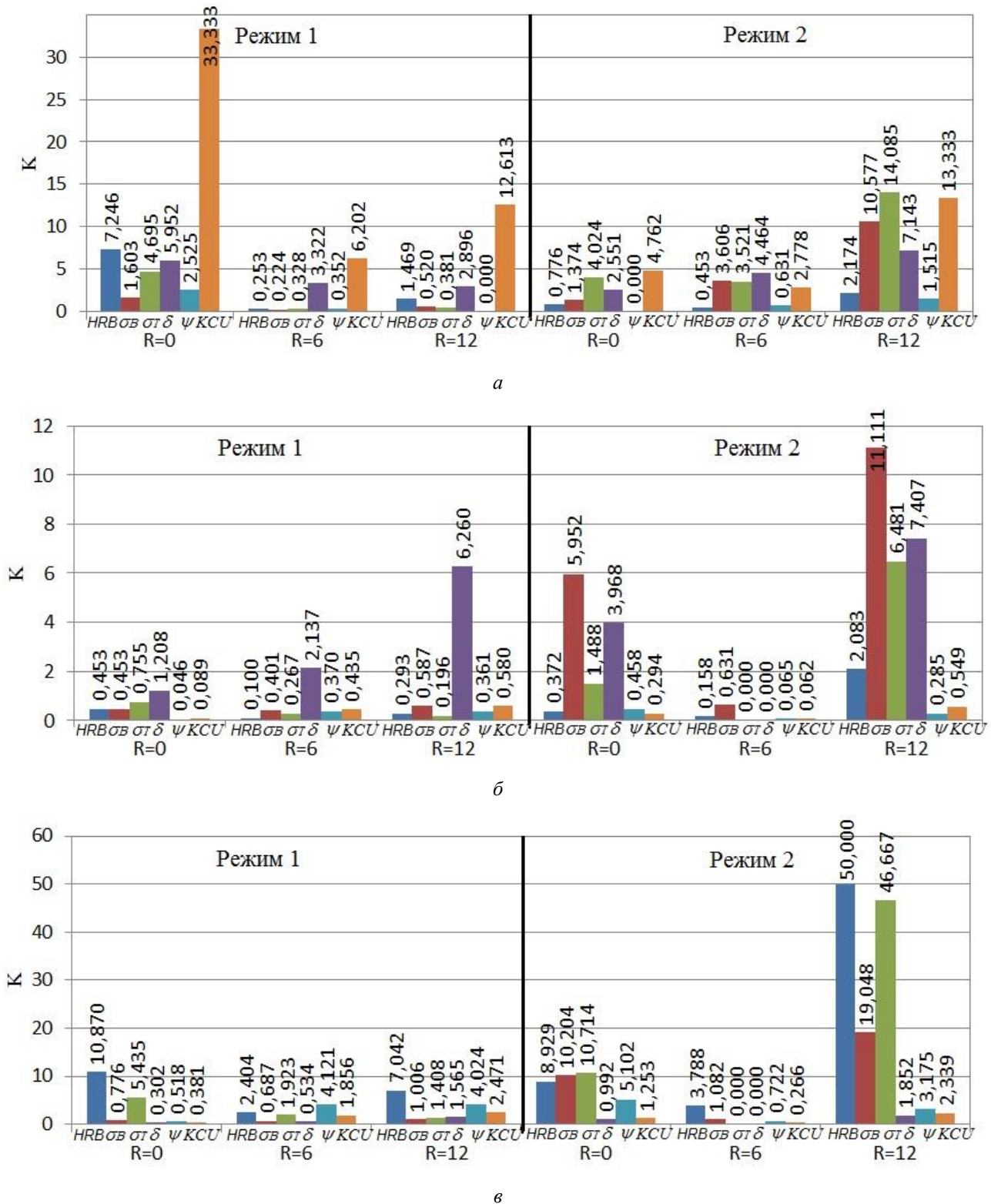


Рис. 4. Гістограми, що описують зв'язок між фрактальною розмірністю фериту (а), бейніту (б) і міжфазними межами (в) та критеріями якості металу [29]

Для тих випадків, коли коефіцієнти чутливості були високі порівняно з іншими, отримані математичні моделі у вигляді рівнянь. Формалізація отриманих результатів проводилася з використанням регресійного аналізу. Коефіцієнт парної

кореляції R рівняння, що описує співвідношення між фрактальною розмірністю фериту й ударною в'язкістю, становив 0,8194; коефіцієнт парної кореляції рівняння, що описує співвідношення між фрактальною розмірністю бейніту і межею

міцності, становив 0,7281; коефіцієнт парної кореляції рівняння, що описує співвідношення між фрактальною розмірністю міжфазних меж і межею міцності, становив 0,6556.

Для чавунних валків із кулястою формою графіту також отримано результати (лінійні моделі), що вказують на зв'язок між фрактальною структурою кулястого графіту та механічними характеристиками валків (межею міцності на розрив, межею міцності на згин, ударною в'язкістю та твердістю) [36]. Коефіцієнт парної кореляції рівняння, що описує вплив фрактальної розмірності графіту та вуглецю на межу міцності на розрив, становив 0,91; коефіцієнт, що описує вплив фрактальної розмірності графіту та вуглецю на границю міцності на згин, становив 0,85; коефіцієнт, що описує вплив фрактальної розмірності графіту та вуглецю на ударну в'язкість, становив 0,86; коефіцієнт, що описує вплив фрактальної розмірності графіту та вуглецю на твердість, становив 0,82.

Як свідчить багато публікацій (див. наприклад, [6]), для бетонів також встановлено кореляцію між фрактальною структурою і міцністю. У [6] описано спосіб оперативного оцінення руйнівного зусилля під час випробувань міцності на стиск бетону марки 400 із застосуванням фрактального аналізу. Зв'язок між міцністю встановлено для таких ідентифікованих областей макроструктури: 1. Области з переважанням щебеню ($R^2 = 0,72$); 2. Области з переважанням піску ($R^2 = 0,61$); 3. Пори ($R^2 = 0,69$). Показники руйнівного зусилля зростали від 392 до 515 кН за зниження фрактальної розмірності областей 1 з 1,87 до 1,59; областей 3 з 1,83 до 1,68 та міжфазних меж з 1,62 до 1,35.

Підвищення фрактальної розмірності зафіксовано лише для областей із вмістом піску (областей 2) з 1,76 до 1,94. Крім того, отримано узагальнювальну лінійну модель з $R^2 = 0,93$, що визначає зв'язок між усіма ідентифікованими елементами макроструктури та міцністю бетону.

Вищеописаний підхід дозволяє реалізувати оперативний прогноз значень

руйнівного зусилля бетону марки 400 зі значним зниженням матеріально-часових витрат на проведення натурних випробувань та застосування мікроскопії.

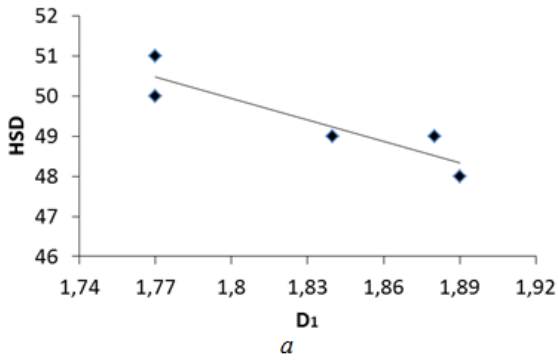
У деяких випадках неоднорідність структури фіксується за допомогою мультифрактального аналізу [22; 24; 32–35]. При цьому неоднорідній структурі приписується спектр статистичних розмірностей Реньї. Наприклад, у [34] встановлено співвідношення між спектром статистичних розмірностей та твердістю чавунних валків СПХН-43 та СШХНФ-47. Спектр Реньї обчислювався за такою формулою:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (2)$$

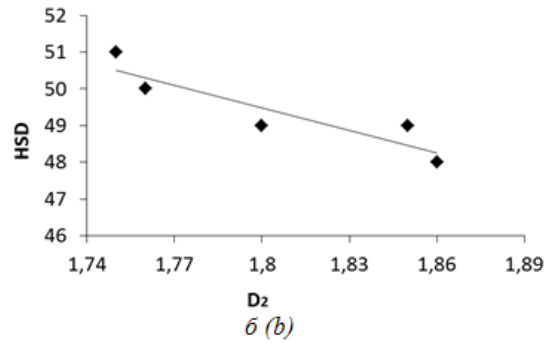
де δ описує лінійні розміри квадратної комірки, якою покривається структура чавуну; p_i – ймовірність знаходження точки (пікселя для ЕОМ) елемента структури в i -й комірці розміром δ .

Отримані результати обчислення за формулою (2) відображені на рисунку 5, де D_0 , D_1 , D_2 – фрактальна (рис. 5, *в* за $q = 0$); інформаційна (рис. 5, *а* за $q = 1$) та кореляційна (рис. 5, *б* за $q = 2$) розмірності відповідно. Розмірність D_{-100} (рис. 5, *г* за $q = -100$) описує найбільш темні ділянки структури, в даному випадку це пластинчастий графіт.

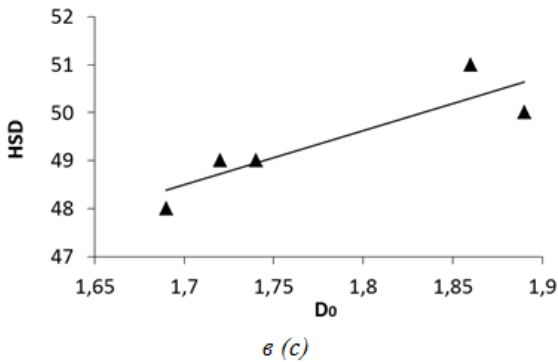
Показники коефіцієнтів парної кореляції $R^2 = 0,78 \dots 0,88$ при моделюванні структури та твердості чавунних валків СПХН-43 переважають результати прогнозу за допомогою традиційних методик кількісної металографії і свідчать про більш високий ступінь прогнозу порівняно з традиційними методиками кількісної металографії ($R^2 = 0,73 \dots 0,87$) [34]. Традиційні методики базуються на урахуванні площі, довжини та діаметра елементів структури даних валків. Отримані результати експериментів підкреслюють доцільність застосування мультифрактального аналізу для розв'язання задач прогнозу критеріїв якості чавуну.



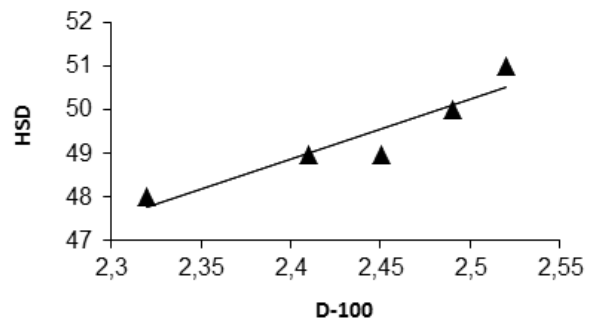
для карбідів: $HSD = -17,91 \cdot D_1 + 82,176$; $R^2 = 0,83$



для карбідів: $HSD = -20,553 \cdot D_2 + 86,478$; $R^2 = 0,82$



для графіту: $HSD = 11,321 \cdot D_0 + 29,249$; $R^2 = 0,78$



для графіту: $HSD = 13,756 \cdot D_{-100} + 15,862$; $R^2 = 0,88$

Рис. 5. Зв'язок розмірності карбідів (цементиту ледебуритної матриці) (а, б), графіту (в, г) і твердості валків СПХН-43 [34]

Вибір виду фрактальної моделі зумовлений, насамперед, даними експериментів. Здебільшого фрактальні моделі наближено лінійні або експоненціальні [6; 13–15].

У статтях [43; 44] розширено можливості застосування фрактального формалізму. Суть цього застосування полягає у можливості проводити ранжування критеріїв якості матеріалів на основі аналізу області їх самоподібності. Раніше, в основному, ранжування критеріїв якості матеріалів проводилося відповідно до їх службового призначення без урахування області їх стабільності, яка не завжди може збігатися з визначальним параметром згідно з вимогами замовника.

Ранжування критеріїв по їх значимості для багатопараметричної технології має гарантувати її стабільну роботу в межах штатної технології. На рисунку 6 наведено результати ранжування механічних властивостей чавунних валків виконання СПХН на основі аналізу області їх самоподібності.

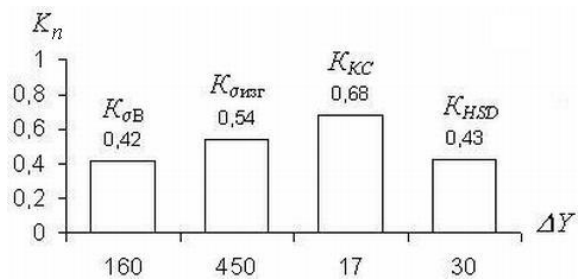


Рис. 6. Ранжування коефіцієнтів самоподібності K_n механічних властивостей [43]

Ударна в'язкість має більш високий діапазон зміни області самоподібності серед областей (0,68), що розглядаються (рис. 6). Це пояснюється тим, що ударна в'язкість найбільш чутлива до зміни штатної технології в межах робочої області, порівняно з іншими характеристиками. Оскільки в'язкість валків – це одна з їх ключових характеристик, остільки можна припускати, що для отримання валка із заданим показником в'язкості необхідно вибирати більш вузький діапазон зміни хімічного складу.

Таким чином, вибір, застосування та коригування того чи іншого алгоритму фрактального моделювання в матеріалознавстві повинен бути зумовлений задачами дослідження та ідентифікацією на фрактальність об'єкта, що вивчається. Кожен такий випадок необхідно розглядати окремо та погоджувати з теорією Б. Мандельброта.

Висновки

Розглянуто деякі аспекти застосування фрактального моделювання в матеріало-

знавстві, що дозволяють системно аналізувати зв'язок між фрактальними розмірностями і спектром мультифрактальних розмірностей металів, бетонів та їх фізико-механічними властивостями.

Доповнено алгоритм фрактального моделювання структури та властивостей матеріалів завдяки фрактальному підходу щодо можливості ранжування критеріїв якості залежно від їх значущості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*. 1931. Vol. 38, № 1. Pp. 173–198.
2. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York, San Francisco : Freeman, 1982. 480 p.
3. Garashchenko Y., Glushko A., Kobets O., Harashchenko O. Fractal Analysis of Structural and Phase Changes in the Metal of Welded Steam Pipe Joints. *Design, Simulation, Manufacturing : The Innovation Exchange*. Springer, Cham. 2021. Pp. 31–40. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-77719-7_4
4. Zhuravel' I. M., Michuda L. Z. Application of the Mandelbrot – Zipf Law for the Quantitative Evaluation of the Average Size of Steel Grains. *Materials Science*. 2021. Vol. 57. Pp. 80–85. URL: <https://doi.org/10.1007/s11003-021-00517-2>
5. Torop V. M., Rabkina M. D., Shtofel O. O., Usov V. V., Shkatulyak N. M., Savchuk O. S. On the Causes of Fractures of Reinforcing Ropes of the Protective Shells of Power-Generating Units of Nuclear Power Plants. *Materials Science*. 2018. Vol. 54, № 2. Pp. 240–249. URL: <https://doi.org/10.1007/s11003-018-0179-y>
6. Volchuk V. M., Kotov M. A. Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 2021. Vol. 1926, № 1. Pp. 012023. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1926/1/012023>
7. Quintana-Rodríguez J. A., Doyle J. F., Carrión-Viramontes F. J., Samayoa-Ochoa D. and López-López J. A. Material characterization for dynamic simulation of non-homogeneous structural members. *Key Engineering Materials*. 2010. Vol. 449. Pp. 46–53. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.449.46>
8. Hongchao X. et al. The influence of surfactant on pore fractal characteristics of composite acidized coal. *Fuel*. 2019. Vol. 253. Pp. 741–753. URL: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2019.05.073>
9. Țălu Ș., Bramowicz M., Kulesza S., Dalouji V., Solaymani S., Valedbagi S. Fractal features of carbon–nickel composite thin films. *Microscopy Research and Technique*. 2016. Vol. 79, № 12. Pp. 1208–1213. URL: <https://doi.org/10.1002/jemt.22779>
10. Кобець А. С., Дирда В. І., Калганков Є. В., Цаніди І. М., Черній О. А. Абразивно-втомний знос гумової футерівки в контексті фрактального аналізу. *Геотехнічна механіка*. 2019. Вип. 144. С. 103–110. URL: <http://dspace.dsau.dp.ua/jspui/handle/123456789/2039>
11. Nakano T., Miyazaki J. Surface Fractal Dimensionality and Hygroscopicity for Heated Wood. *Wood research and technology*. 2003. Vol. 57, № 3. Pp. 289–294. URL: <https://doi.org/10.1515/HF.2003.043>
12. Булат А. Ф., Дырда В. И. Фракталы в геомеханике. Киев : Наукова думка, 2005. 358 с.
13. Volchuk V. M., Uzlov O. V., Puchikov O. V., Ivantsov S. V. Fractals Theory Application for Evaluation of Influence of Non Metallic inclusions on Mechanical Properties of S355J2 Steel. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2021. Vol. 1021, № 1. Pp. 012053. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1021/1/012053/meta>
14. Bol'shakov V., Volchuk V., Dubrov Yu. *Fractals and properties of materials* : monograph. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2016. 140 p.
15. Volchuk V. M., Uzlov O. V., Puchikov O. V., Zotov D. S., Sokoliuk V. I. Fractal model of mechanical properties evaluation of C–Mn–Al–Ti–N steel with acicular ferrite structure for railway freight cars. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC, 2021. Vol. 2389, № 1. Pp. 080002. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0063496>
16. Vakhrusheva V. S., Volchuk V. M., Hruzin N. V., Tiutieriev I. A. Fractal model of estimating quality of cold worked fuel cladding tubes. *Voprosy Atomnoj Nauki i Tekhniki*. 2021. Vol. 135, № 5. Pp. 57–63. URL: <https://doi.org/10.46813/2021-135-057>
17. Volchuk V. M., Uzlov O. V., Puchikov O. V., Ivantsov S. V., Tiutieriev I. A. Fractal model of structure-properties effect of low carbon steel. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing,

2021. Vol. 1100, № 1. Pp. 012034. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/1100/1/012034/meta#references>

18. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Организация фрактального моделирования. *Доповіди НАН України*. 2018. № 6. С. 67–72. URL: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>

19. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Основы организации фрактального моделирования : монография. Киев : Академперіодика НАН України, 2017. 170 с.

20. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Основные этапы фрактального моделирования в материаловедении. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2019. № 2. С. 24–29. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.230419.244.289>

21. Большаков В. И., Дубров Ю. И., Криулін Ф. В., Волчук В. М. Патент на винахід № 51439А України. Спосіб визначення фрактальної розмірності зображення. Бюл. № 11. 15.11.2002.

22. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении. *Доповіди НАН України*. 2008. № 11. С. 99–107. URL: <http://www.dopovidi.nas.gov.ua/2008-11/08-11-17.pdf>

23. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Фракталы в материаловедении. Днепропетровск : ПГАСА, 2006. 253 с.

24. Дубров Ю., Большаков В., Волчук В. Пути индентификации периодических многокритериальных технологий : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2015. 236 с.

25. Большаков В., Волчук В., Дубров Ю. Пути применения теории фракталов : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. 146 с.

26. Bausk Yev. A., Volchuk V. M., Uzlov O. V. Remaining Service Life Evaluation of Nuclear Power Plants Construction Steel Elements. *Journal of Physics : Conference Series*. IOP Publishing, 2021. Vol. 1926, № 1. P. 012050. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1926/1/012050>

27. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M. Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength. *Key Engineering Materials*. 2020. Vol. 864. Pp. 43–52. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/kem.864.43>

28. Большаков В. И., Волчук В. Н. Материаловедческие аспекты применения вейвлетно-мультифрактального подхода для оценки структуры и свойств малоуглеродистой стали. *Металлофизика и новейшие технологии*. 2011. Т. 33, № 3. С. 347–360.

29. Волчук В. М. Моделювання властивостей конструкційних матеріалів. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2020. № 1. С. 21–35. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/201950>

30. Волчук В. М. Аналіз балової мартенситної структури. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2020. № 4. С. 38–44. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.241120.38.689>

31. Bolshakov V. I., Volchuk V. M., Parhomenko O. F. Evaluation of High Strength Steel Fatigue. UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4–6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey. 2019. Vol. 4. Pp. 415–417. URL: <https://drive.google.com/open?id=1jfWwEhSuRl-3bGcv-dG7CzYnmMh7KcVT>

32. Волчук В. Н. Применение концепции мультифракталов для контроля качества низколегированной стали. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 3. С. 20–27. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.250918.20.3954>

33. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018. Vol. 12, № 2. Pp. 93–97. URL: <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>

34. Волчук В. М. Модель оцінювання твердості чавунних валків СІХН-43 та СІХНФ-47. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2019. № 4. С. 22–35. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.241219.22.597>

35. Волчук В. Н. Определение чувствительности мультифрактальных характеристик металла. *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2015. № 12. С. 10–14. URL: <http://visnyk.pgasa.dp.ua/article/view/58941>

36. Волчук В. М., Котов М. А., Штанденко А. С. Оцінювання впливу вуглецю на структуру валків. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2021. № 4. С. 33–44. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.281221.33.822>

37. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. Применение фрактального моделирования при оценке структуры и свойств металлов. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2018. № 1. С. 50–55. URL: <https://DOI:10.30838/J.PMNTM.2413.240418.50.105>

38. Parhomenko O. F., Volchuk V. M. Technical science multifractal analysis of the steel Y8 structure. *9th International conference*. HAMILTON : Accent Graphics Communications & Publishing, 2019. P. 331. URL: http://dSPACE.puet.edu.ua/bitstream/123456789/7353/1/CANADA_HAMILTON_01022019_compressed.pdf#page=331

39. Большаков В. И., Волчук В. Н. Исследование микроструктурной однородности стали У8 с применением мультифрактального анализа. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2010. № 4. С. 31–38.

40. Dubrov Yu., Volchuk V. Ways of regularization of materials science ill-posed problems. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2019. № 4. С. 47 – 50. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMNTM.2413.241219.47.600>

41. Кровяков С. О., Заволока М. В., Крижановський В. О., Волчук В. М. Пошук підходів до ранжування критеріїв якості керамзібетону. *Актуальні проблеми інженерної механіки : збірник тез VI Міжнар. наук.-практ. конф.* Одеса : ОДАБА, 2019. С. 166–168. URL: <http://mx.ogasa.org.ua/handle/123456789/8254>
42. Samayoa D., Ochoa-Ontiveros L. A., Damián-Adame L., Reyes de Luna E., Álvarez-Romero L., Romero-Paredes G. Fractal model equation for spontaneous imbibition. *Revista mexicana de física*. 2020. Vol. 66, no. 3. Pp. 283–290. URL: <https://doi.org/10.31349/revmexfis.66.283>
43. Волчук В. Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий. *Металлофизика и новейшие технологии*. 2017. Т. 39, № 3. С. 949–957. URL: <http://mfint.imp.kiev.ua/ru/abstract/v39/i07/0949.html>
44. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M., Kryzhanovskyi V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd, 2019. Vol. 968. Pp. 20–25. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.968.20>

REFERENCES

- Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*. 1931, vol. 38, no. 1, pp. 173–198. (in Germany).
- Mandelbrot B.B. *The Fractal Geometry of Nature : monograph*. New York, San Francisco : Freeman, 1982, 480 p. URL: <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
- Garashchenko Y., Glushko A., Kobets O. and Harashchenko O. Fractal Analysis of Structural and Phase Changes in the Metal of Welded Steam Pipe Joints. *Design, Simulation, Manufacturing : The Innovation Exchange*. Springer, Cham, 2021, pp. 31–40.
- Zhuravel' I.M. and Michuda L.Z. Application of the Mandelbrot – Zipf Law for the Quantitative Evaluation of the Average Size of Steel Grains. *Materials Science*. 2021, vol. 57, pp. 80–85.
- Torop V.M., Rabkina M.D., Shtofel O.O., Usov V.V., Shkatulyak N.M. and Savchuk O.S. On the Causes of Fractures of Reinforcing Ropes of the Protective Shells of Power-Generating Units of Nuclear Power Plants. *Materials Science*. 2018, vol. 54 (2), pp. 240–249.
- Volchuk V.M. and Kotov M.A. Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021, vol. 1926, no. 1, pp. 012023.
- Quintana-Rodríguez J.A., Doyle J.F., Carrión-Viramontes F.J., Samayoa-Ochoa D. and López-López J.A. Material characterization for dynamic simulation of non-homogeneous structural members. *Key Engineering Materials*, 2010, vol. 449, pp. 46–53.
- Hongchao X. et al. The influence of surfactant on pore fractal characteristics of composite acidized coal. *Fuel*. 2019, vol. 253, pp. 741–753.
- Ťálu Š., Bramowicz M., Kulesza S., Dalouji V., Solaymani S. and Valedbagi S. Fractal features of carbon-nickel composite thin films. *Microscopy Research and Technique*. 2016, vol. 79, no. 12, pp. 1208–1213.
- Kobets A.S., Dyrda V.I., Kalhankov Ye.V., Tsanidi I.M. and Chernii O.A. Abrasive fatigue wear rubber lining in the context of fractal analysis. *Geo-Technical Mechanics*. 2019, no. 144, pp. 103–110.
- Nakano T. and Miyazaki J. Surface Fractal Dimensionality and Hygroscopicity for Heated Wood. *Wood research and technology*. 2003, vol. 57, no. 3, pp. 289–294.
- Bulat A.F. and Dyrda V.I. *Fraktaly v geomehanike* [Fractals in geomechanics]. Kyiv : Naukova dumka Publ., 2005, 358 p. (in Russian).
- Volchuk V.M., Uzlov O.V., Puchikov O.V. and Ivantsov S.V. Fractals Theory Application for Evaluation of Influence of Non Metallic inclusions on Mechanical Properties of S355J2 Steel. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2021, vol. 1021, no. 1, pp. 012053.
- Bolshakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. Fractals and properties of materials. Saarbrucken : Lambert Academic Publishing, 2016, 140 p.
- Volchuk V.M., Uzlov O.V., Puchikov O.V., Zotov D.S. and Sokoliuk V.I. Fractal model of mechanical properties evaluation of C–Mn–Al–Ti–N steel with acicular ferrite structure for railway freight cars. *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC, 2021, vol. 2389, no. 1, pp. 080002.
- Vakhrusheva V.S., Volchuk V.M., Hruzin N.V. and Tiutieriev I.A. Fractal model of estimating quality of cold worked fuel cladding tubes. *Problems of Atomic Science and Technology*. 2021, vol. 135, no. 5, pp. 57–63.
- Volchuk V.M., Uzlov O.V., Puchikov O.V., Ivantsov S.V. and Tiutieriev I.A. Fractal model of structure-properties effect of low carbon steel. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2021. Vol. 1100, no. 1, pp. 012034.
- Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Organizatsiya fraktal'nogo modelirovaniya* [Organization of fractal modeling]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2018, no. 6, pp. 67–72. (in Russian).

19. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. *Osnovy organizacii fraktal'nogo modelirovaniya* [Fundamentals of fractal modeling]. Kyiv, Ukraine : PH "Akademperiodyka" National Academy of Sciences of Ukraine, 2017, 170 p. (in Russian).
20. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osnovnyye etapy fractal'nyjgo modelirovaniya v materialovedenii* [Main stages of fractal modeling in materials science]. *Metalloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2019, no. 2, pp. 24–29. (in Russian).
21. Bol'shakov V.I., Dubrov Yu.I., Kryulin F.V. and Volchuk V.N. *Sposib vyznachennya fraktal'noyi rozmirnosti zobrazhennya* [Method for Determining the Dimensionality of Images]. Patent product no. 51439A, UA. MPK 7 G06K9/00, bulletin no. 11, 2002. (in Ukrainian).
22. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Osobennosti primeneniya mul'tifraktal'nogo formalizma v materialovedenii* [Features of the multifractal formalism in materials]. *Dopovidi Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2008, no. 11, pp. 99–107. (in Russian).
23. Bol'shakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Fraktaly v materialovedenii* [Fractals in materials]. Dnipropetrovsk : PSACEA, 2005, 253 p. (in Russian).
24. Dubrov Yu., Bolshakov V. and Volchuk V. *Puti identifikatsii periodicheskikh mnogokriterial'nykh tekhnologiy* [Road periodic identification of multi-criteria technology]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2015, 236 p. (in Russian).
25. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrucken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian).
26. Bausk Yev.A., Volchuk V.M. and Uzlov O.V. Remaining Service Life Evaluation of Nuclear Power Plants Construction Steel Elements. *Journal of Physics : Conference Series*. IOP Publishing, 2021, vol. 1926, no. 1, pp. 012050.
27. Kroviakov S., Volchuk V. and Zavoloka M. Fractal Model of the Influence of Expanded Clay Concrete Macrostructure on its Strength. *Key Engineering Materials*. 2020, vol. 864, pp. 43–52.
28. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Materialovedcheskiye aspekty primeneniya veyvletno-mul'tifraktal'nogo podkhoda dlya otsenki struktury i svoystv malouglerodistoy stali* [Material science aspects of the use of wavelet and multifractal approach for assessing of the structure and properties of low-carbon steel]. *Metallofizika i noveyskiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2011, vol. 33, no. 3, pp. 347–360. (in Russian).
29. Volchuk V.M. *Modelyuvannya vlastyvostey konstruktivnykh materialiv* [Modeling properties of structural materials]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2020, no. 1, pp. 21–35. (in Ukrainian).
30. Volchuk V.M. *Analiz balovoyi martensitnoyi struktury* [Analysis of the martensitic structure]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2020, no. 4, pp. 38–44. (in Ukrainian).
31. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Parhomenko O.F. Evaluation of High Strength Steel Fatigue. UDCS'19: Fourth International Iron and Steel Symposium, April 4–6, 2019, Karabuk University, Karabuk, Turkey, 2019, vol. 4, pp. 415–417.
32. Volchuk V.M. *Primeneniye kontseptsii mul'tifraktalov dlya kontrolya kachestva nizkolegirovannoy stali* [Application of the concept of multifractal to control the quality of low-alloy steel]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 3, pp. 20–27. (in Russian).
33. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.
34. Volchuk V.M. *Model' otsinyuvannya tverdosti chavunnykh valkiv CIIXH-43 ta CIIIXHΦ-47* [Model of assessment of the hardness of the iron rollers CIIXH-43 and CIIIXHΦ-47]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Physical Metallurgy and Heat Treatment of Metals]. 2014, no. 3, pp. 12–19. (in Russian).
35. Volchuk V.M. *Opredeleniye chuvstvitel'nosti mul'tifraktal'nykh kharakteristik metalla* [Determining the sensitivity of the multifractal characteristics of metals]. *Visnyk Prydniprovskoyi derzhavnoyi akademiyi budivnytstva ta arkhitektury* [Bulletin of Prydniprovsk'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture]. 2015, no. 12, pp. 10–14. (in Russian).
36. Volchuk V.M., Kotov M.A. and Shtandenko A.S. Assessment of the influence of carbon on the structure of rolls. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2021, no. 4, pp. 33–44. (in Ukrainian).
37. Bol'shakov V.I., Volchuk V.M., Dubrov Yu.I. *Primeneniye fraktal'nogo modelirovaniya pri otsenke struktury i svoystv metallov* [Application of fractal modelling at the estimation of the structure and properties of metals]. *Metalloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2018, no. 1. pp. 50–55. (in Russian).
38. Parhomenko O.F. and Volchuk V.M. Technical science multifractal analysis of the steel Y8 structure. In 9th International conference. HAMILTON : Accent Graphics Communications & Publishing, 2019, p. 331.
39. Bolshakov V.I. and Volchuk V.N. *Issledovaniye mikrostrukturnoy odnorodnosti stali U8 s primeneniyyem mul'tifraktal'nogo analiza* [Investigation of the microstructural uniformity of Y8 steel with the use of multifractal

analysis]. *Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2010, no. 4, pp. 31–38. (in Russian).

40. Dubrov Yu. and Volchuk V. Ways of regularization of materials science ill-posed problems. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2019, no. 4, pp. 47–50.

41. Kroviakov S.O., Zavoloka M.V., Kryzhanovskiy V.O. and Volchuk V.M. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. In: Actual problems of engineering mechanics VI, edited by M. Surianinov. Odessa : OGASA, 2019, pp. 20–25.

42. Samayoa D., Ochoa-Ontiveros L.A., Damián-Adame L., Reyes de Luna E., Álvarez-Romero L. and Romero-Paredes G. Fractal model equation for spontaneous imbibition. *Revista mexicana de física*. 2020, vol. 66, no. 3, pp. 283–290.

43. Volchuk V.M. *K primeneniyu fraktal'nogo formalizma pri ranzhirovanii kriteriyev kachestva mnogoparametricheskikh tekhnologiy* [On the Application of Fractal Formalism for Ranging Criteria of Quality of Multiparametric Technologies]. *Metallofizika i noveyshiye tekhnologii* [Metal Physics and Advanced Technologies]. 2017, vol. 39, no 3, pp. 949–957. (in Russian).

44. Kroviakov S., Volchuk V., Zavoloka M. and Kryzhanovskiy V. Search for Ranking Approaches of Expanded Clay Concrete Quality Criteria. In: Materials Science Forum. Trans Tech Publications Ltd, 2019, vol. 968, pp. 20–25.

Надійшла до редакції: 02.04.2022.