

УДК 669.017:519.21

DOI: 10.30838/J.PMNTM.2413.040723.20.980

РОЗРАХУНОК КРИТЕРІЇВ ЯКОСТІ МАТЕРІАЛІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ ФРАКТАЛІВ

ВОЛЧУК В. М.¹, *докт. техн. наук, проф.*,
КАШИНА Н. В.², *інж.*,
КОТОВ М. А.^{3*}, *канд. техн. наук, доц.*,
ГАЙДАР А. М.⁴, *канд. техн. наук, доц.*,
КАШИН Д. О.⁵, *магістр*

¹ Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 334-75-88, e-mail: volchuk.volodymur@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

² Ректорат, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 936-12-93, e-mail: kashyna.nadiia@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0002-5588-3472

^{3*} Кафедра залізобетонних і кам'яних конструкцій, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 261-85-34, e-mail: kotov.nykolay@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0233-0663

⁴ Кафедра технології будівельного виробництва, Придніпровська державна академія будівництва та архітектури, вул. Архітектора Олега Петрова, 24-а, 49005, Дніпро, Україна, тел. +38 (096) 367-70-57, e-mail: nastuel_gaidar@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-8993-1458

⁵ Кафедра інтелектуальних систем енергопостачання, Український державний університет науки і технологій, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпро, Україна, тел. +38 (097) 872-36-56, e-mail: denchikc562@gmail.com

Анотація. Постановка проблеми. Зміна параметрів штатної технології може істотно змінити властивості валкового чавуну в широкому діапазоні значень. Нормативно-технічна галузева документація регламентує лише показники твердості чавунних валків, а вимоги до механічних характеристик та зносостійкості не вказуються у зв'язку з впливом багатьох параметрів технології. Тому важливим аспектом стає прогноз показників якості чавуну за допомогою математичного моделювання, зокрема, теорії фракталів. **Матеріали та методи.** Досліджувалися чавунні валки СПХН із перлітною матрицею. Механічні властивості робочої зони чавунних сортопрокатних валків виконання СПХН виробництва ВАТ «Дніпровський завод прокатних валків», м. Дніпро, визначалися на стандартному обладнанні з використанням машин «INSTRON» та ЦД-40, маятникового копра ПСВ 5, твердоміра Шора. Мікроструктури валків аналізували при збільшенні у 200 разів. **Результати експерименту.** Установлено, що найкраща серед аналізованих чутливість механічних властивостей до розмірних характеристик у карбідів спостерігається до фрактальної, інформаційної та кореляційної розмірності. Тому ці розмірнісні оцінки карбідів доцільно використовувати надалі для прогнозування механічних властивостей робочої зони валкового чавуну з пластинчастою формою графіту. Для прогнозування механічних властивостей валкового чавуну з пластинчастою формою графіту доцільно використовувати розмірні оцінки графіту та карбідів зі збільшенням структури $\times 200$. **Висновки.** Аналіз отриманих результатів показав перспективність застосування теорії мультифракталів для кількісної оцінки елементів структури чавунних сортопрокатних валків зі складною геометричною конфігурацією форми. Такий підхід дозволяє використовувати статистичні оцінки розмірності графіту та карбідів для прогнозу та коригування показників якості валкового металу за отриманими рівняннями (3–6) поряд із традиційними методами кількісної металографії, за допомогою яких оцінюють їх геометричні характеристики: форму, розподіл, розміри (довжину, діаметр) та зміст.

Ключові слова: чавунні валки; структура; механічні властивості; математична модель

CALCULATION OF MATERIAL QUALITY CRITERIA USING FRACTAL THEORY

VOLCHUK V.M.¹, *Dr. Sc. (Tech.), Prof.*,
KASHYNA N.V.², *Eng.*,
KOTOV M.A.^{3*}, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,
HAIDAR A.M.⁴, *Cand. Sc. (Tech.), Assoc. Prof.*,

KASHYN D.O.⁵, *Master*

¹ Department of Materials Science, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (097) 334-75-88, e-mail: volchuk.volodymur@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-7199-192X

² Rectorate, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (097) 936-12-93, e-mail: kashyna.nadiia@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0009-0002-5588-3472

^{3*} Department of Reinforced-Concrete and Masonry Constructions, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (097) 261-85-34, e-mail: kotov.nykolay@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0003-0233-0663

⁴ Department of Construction Technologies, Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, 24-a, Architect Oleh Petrov St., Dnipro, 49005, Ukraine, tel. +38 (096) 367-70-57, e-mail: nastuel_gaidar@pdaba.edu.ua, ORCID ID: 0000-0001-8993-1458

⁵ Department of Intelligent Energy Supply Systems, Ukrainian State University of Science and Technologies, 2, Lazaryana St., Dnipro, 49010, Ukraine, tel. +38 (097) 872-36-56, e-mail: denchik562@gmail.com

Abstract. Problem statement. Changing the parameters of standard technology can significantly change the properties of rolled iron in a wide range of values. Regulatory and technical industry documentation regulates only the hardness indicators of cast iron rolls, and the requirements for mechanical characteristics and wear resistance are not indicated due to the influence of many technological parameters. Therefore, an important aspect is the prediction for quality indicators of cast iron due to the use of mathematical modeling, in particular the theory of fractals. **Materials and methods.** Cast iron rolls with a pearlite matrix were studied. The mechanical properties of the working area for cast-iron graded rolled rolls produced by OJSC “Dniprovskiy zavod protnykhnykh valkov”, Dnipro, were determined on standard equipment using INSTRON and CD-40 machines, PSV 5 pendular digger, Shore hardness tester. The microstructure of the rolls was analyzed at a magnification of 200 times. **The results of the experiment.** As a result of the experiment, it was established that the best among analyzed sensitivity of mechanical properties to dimensional characteristics of carbides is observed for fractal, information and correlation dimensions. Therefore, it is advisable to use these dimensional estimates of carbides in the future to predict the mechanical properties of the working zone for rolled iron with lamellar graphite. To predict the mechanical properties of rolled cast iron with lamellar graphite, it is advisable to use dimensional estimates of graphite and carbides with an increase in the structure of $\times 200$. **Conclusions.** The analysis of the obtained results showed the promise of using the theory of multifractals for the quantitative assessment of the structural elements of rolled cast iron rolls with a complex geometric shape. This approach makes it possible to use statistical estimates of the dimensions of graphite and carbides to predict and correct the quality indicators of roll metal according to the obtained equations (3–6) along with traditional methods of quantitative metallography, which evaluate their geometric characteristics: shape, distribution, dimensions (length, diameter) and content.

Keywords: *cast iron rolls; structure; mechanical properties; mathematical model*

Вступ. Багато складних процесів та явищ у природі складно описати із застосуванням традиційних методик [1–5]. Наприклад, для металів та сплавів багато процесів формування структури різних матеріалів відбуваються за нерівноважних умовах [6–13].

Реалізувати детермінований спосіб, який застосовується для оцінення характеристик якості масивних металевих відливок, зокрема, сортопрокатних чавунних валків, та їх механічних властивостей, що заснований на аналізі причинно-наслідкових зв'язків, – складне завдання сучасного матеріалознавства. Це пояснюється тим, що технологія виробництва прокатних валків наскрізна, що характеризує складний багатопараметричний процес. Тому на

якість валкового чавуну дуже впливає значна кількість технологічних параметрів (хімічний склад, легуючі елементи та модифікатори, умови охолодження, товщина намазки ливарної форми, спосіб лиття тощо), що визначають умови кристалізації структури та взаємопов'язані між собою [14–19]. Несуттєва зміна параметрів штатної технології може істотно змінити властивості валкового чавуну в широкому діапазоні значень.

Нормативно-технічна галузева документація регламентує лише показники твердості чавунних валків, а вимоги до механічних характеристик та зносостійкості не вказуються у зв'язку з впливом багатьох параметрів технології. Тому важливим стає прогноз показників якості чавуну за

допомогою математичного моделювання, що сприятиме зменшенню витрат на натуральні іспити.

Для прогнозу якості чавунних валків доцільно застосовувати теорію фракталів [20–24], що дозволяє ідентифікувати реальні структури матеріалів.

Постановка завдання. Для мінімізації витрат на експерименти з визначення критеріїв якості матеріалів із використанням теорії фракталів пропонується їх розбити на два етапи.

1. На першому етапі досліджень визначати показники чутливості критеріїв якості матеріалу згідно з оцінками розмірності елементів його структури (1), що обчислюється зі спектра статистичних розмірностей Реньї (2) шляхом проведення прямих експериментів або із додатковим використанням статистичних даних, отриманих на виробництві.

2. На другому етапі досліджень оцінення критеріїв якості матеріалу доцільно реалізовувати тоді, коли на першому етапі підтверджено чутливість розмірних характеристик згідно з виконанням умови (1).

Показники чутливості визначали за формулою Большакова–Дуброва (1) [25]:

$$K_i = |Y_i - Y_{i+1}| / |X_i - X_{i+1}|, \quad (1)$$

де X_1 та X_2 – два числа, що характеризують властивості матеріалу і Y_1 та Y_2 – відповідні їм чисельні значення розмірностей в досліджуваній області.

Згідно з теорією фракталів кожен елемент структури може характеризуватися наступним спектром статистичних розмірностей Реньї [25]:

$$D(q) = \frac{1}{q-1} \cdot \lim_{\delta \rightarrow \infty} \frac{\ln \sum_{i=1}^N p_i^q}{\ln \delta}, \quad (2)$$

де δ – квадратна комірка, якою покривають досліджуваний елемент структури для обчислення його розмірності, p_i – являє собою ймовірність попадання об'єкта в i -у квадратну комірку з лінійним розміром δ ;

$\sum_{i=1}^N p_i^q$ – узагальнена статистична сума з

показником ступеня q , що характеризує зміни спектра статистичних розмірностей в діапазоні значень від $-\infty$ до $+\infty$.

Матеріали та методика. Матеріалом для цього дослідження обрані валки СПХН після чотирьох плавок (марок СПХН-43, СПХН-49 та СПХН-45 після двох плавок).

Механічні властивості робочої зони чавунних сортопрокатних валків виконання СПХН виробництва ВАТ «Дніпровський завод прокатних валків» м. Дніпро, (рис. 1), визначалися на стандартному обладнанні з використанням машин «INSTRON» та ЦД-40, маятникового копра ПСВ 5, твердоміра Шора.



Рис. 1. Валки СПХН виробництва ДЗПВ

Таблиця

Механічні властивості валків СПХН

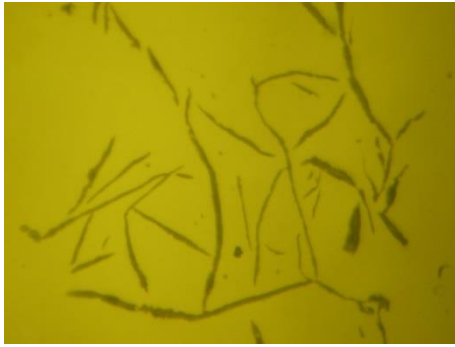
№ п/п	Марка валка	σ_B , МПа	$\sigma_{згин}$, МПа	КС, кДж/м ²	HSD
1	СПХН-43	330	670	14	45
2	СПХН-49	320	440	15	51
3	СПХН-45	370	480	17	46
4	СПХН-45	420	600	19	47

Структуру бочок валків досліджували за збільшення 200 до та після процедури травлення в 4 % суміші азотної кислоти в спирті. Структура чавуну складалася з перлітної матриці з умістом карбідів до 20 % та до 3 % пластинчастого графіту.

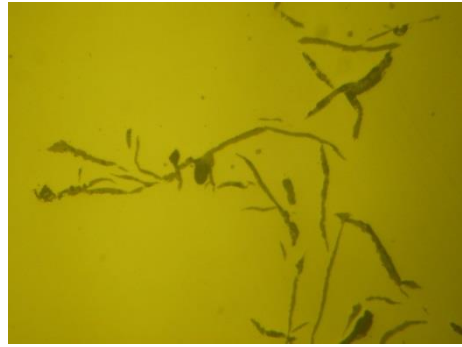
Механічні властивості чавунних валків визначали за стандартними методиками:

межа міцності на розрив та згин, ударна

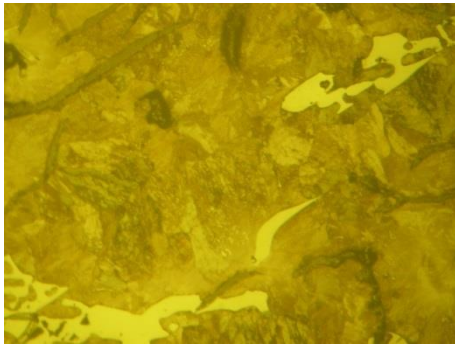
в'язкість і твердість методом Шора.



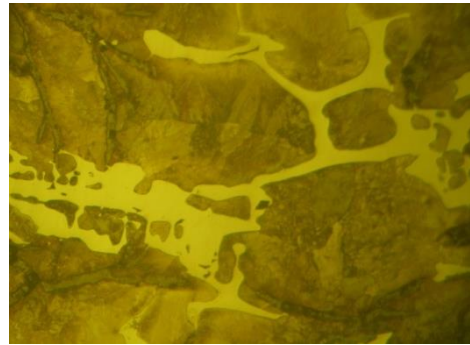
а



б



в



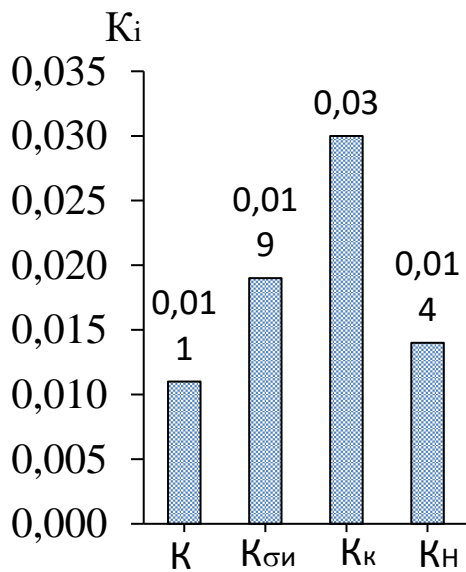
г

Рис. 2. Структура валкового чавуну до травлення (а, б) та після травлення (в, г)

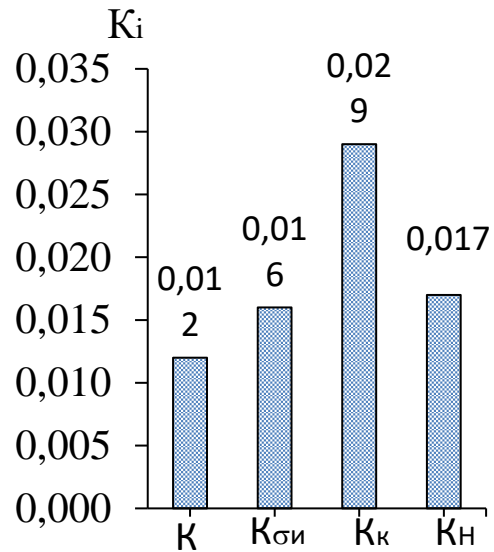
Результати експерименту. Фрактальна розмірність структури.

На рисунках 3–5 наведено результати розрахунку коефіцієнтів чутливості механічних властивостей валкового чавуну з

пластинчастою формою графіту K_i до розмірних оцінок $D_0, D_1, D_2, D_{200}, D_{-200}$ графіту, карбідів та перліту (ферит + цементит), обчислених за формулою (2).



а



б

Рис. 3. Чутливість механічних властивостей до фрактальної (а) та інформаційної (б) розмірності графіту робочої зони бочок валків виконання СПХН

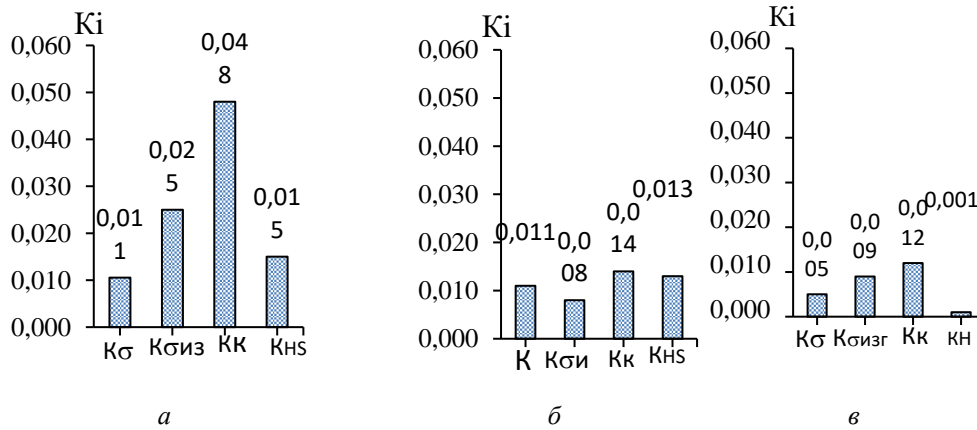


Рис. 4. Чутливість механічних властивостей до кореляційної розмірності (а), розмірності D_{+200} (б) та розмірності D_{-200} (в) графіту робочої зони бочок валків виконання СПХН

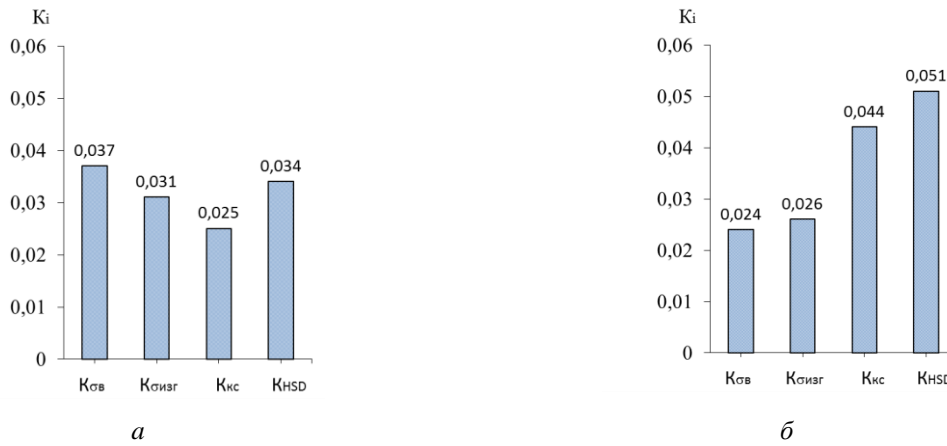


Рис. 5. Чутливість механічних властивостей до фрактальної (а) та інформаційної (б) розмірності карбідів робочої зони бочок валків виконання СПХН

Коефіцієнти чутливості фрактальної (0,011...0,030), інформаційної (0,012...0,029) та кореляційної (0,011...0,048) розмірностей пластинчастого графіту, як це випливає з рисунків 3 та 4, перевищують у 2–3 рази коефіцієнти чутливості інших розмірностей K_{D+200} (0,008...0,014) та K_{D-200} (0,001...0,012) з мультифрактального спектра узагальнених статистичних розмірностей Реньї. Тому для подальшого використання розмірних оцінок графіту у прогнозі механічних властивостей валкового чавуну визначено його найбільш чутливі розмірності, а граничні розмірності через їх незначні показники чутливості в подальших розрахунках якості не враховувалися.

У результаті експерименту встановлено, що найкраща серед аналізованих чутливість

механічних властивостей до розмірних характеристик у карбідів спостерігається до фрактальної, інформаційної та кореляційної розмірностей (рис. 5). Тому ці розмірнісні оцінки карбідів доцільно використовувати надалі для прогнозу механічних властивостей робочої зони валкового чавуну з пластинчастою формою графіту.

На рисунках 6 та 7 наведено приклади графіків залежностей межі міцності від фрактальної розмірності та хімічного складу валків і їх математичні моделі.

Шляхом зіставлення оцінок розмірності елементів структури валкового матеріалу (графіту та карбідів) з його механічними властивостями отримано рівняння та коефіцієнти, що відображають їх адекватність (3–6).

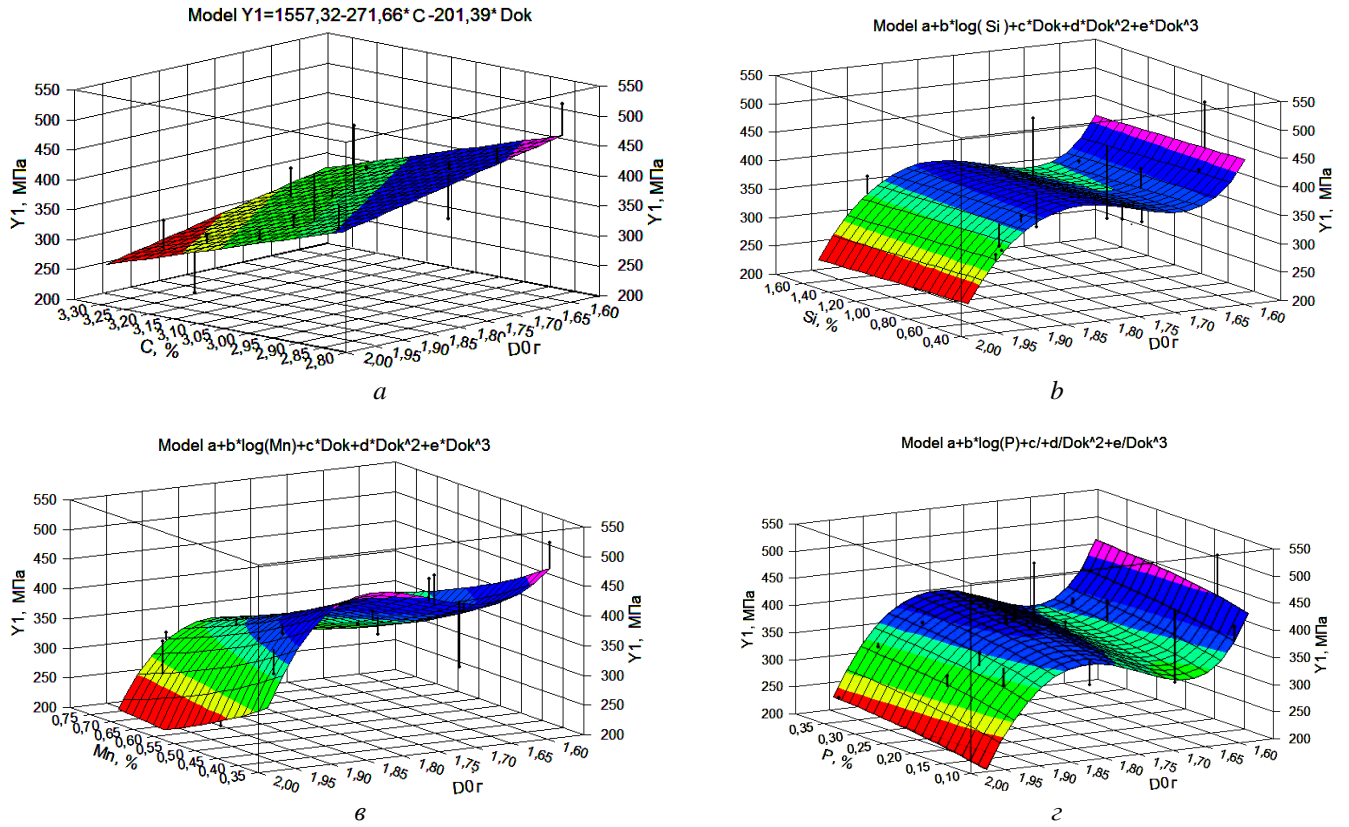


Рис. 6. Залежність межі міцності на розрив $Y1$ (МПа) валків виконання СПХН від хімічного складу та фрактальної розмірності пластинчастого графіту

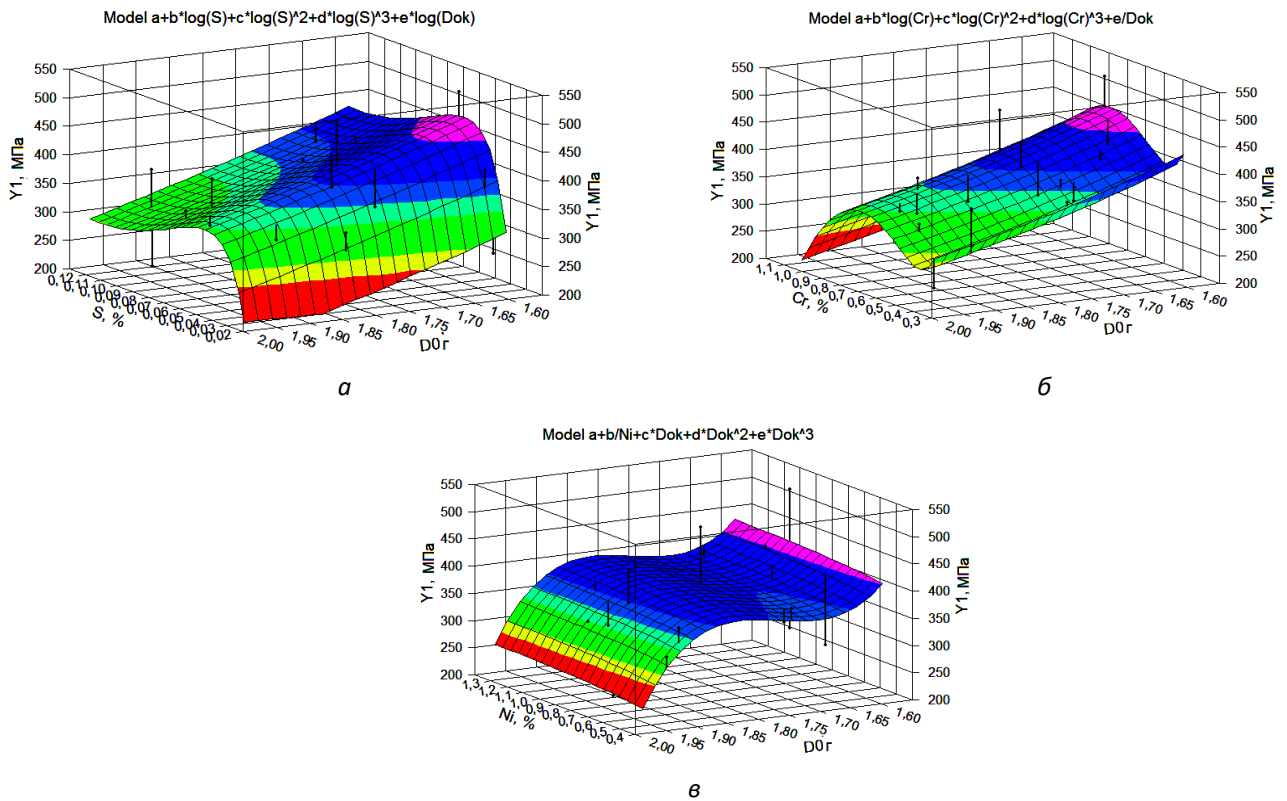


Рис. 7. Залежність межі міцності на розрив $Y1$ (МПа) валків виконання СПХН від хімічного складу та фрактальної розмірності пластинчастого графіту

$$Y_1 = 829,07 \cdot D_{0\Gamma}^2 - 3242,2 \cdot D_{0\Gamma} + 349,2, \quad R^2 = 0,68 \quad (3)$$

$$Y_2 = -868,24 \cdot D_{0\Gamma} + 2092,46, \quad R^2 = 0,77 \quad (4)$$

$$Y_3 = -77,075 \cdot D_{1\Gamma}^2 + 235,29 \cdot D_{1\Gamma} - 162,48, \quad R^2 = 0,74 \quad (5)$$

$$Y_4 = 246,22 \cdot D_{1\Gamma}^2 - 788,38 \cdot D_{1\Gamma} + 679,42. \quad R^2 = 0,72 \quad (6)$$

Для прогнозу механічних властивостей валкового чавуну з пластинчастою формою графіту доцільно використовувати розмірні оцінки графіту та карбідів зі збільшенням структури $\times 200$.

Висновки

Установлені залежності (3–6) дозволяють оцінювати ступінь впливу структури чавуну на його механічні властивості. Межі включень пластинчастого графіту служать концентраторами мікронапруг, а збільшення його вмісту ослаблює металеву матрицю

чавуну, що свідчить про вплив на механічні властивості чавуну як змісту, розмірів та розподілу графіту, так і форми самих включень. Аналіз спектра статистичних узагальнених розмірностей валкового чавуну показав, що фрактальна розмірність досліджуваної фази більшою мірою залежить від форми та геометричних розмірів її елементів, а інформаційна та кореляційна розмірності залежать, в основному, від їх змісту та розподілу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Mousavi L., Sady F. Characterization and automatic continuity of separating maps between Banach modules. *Nihonkai Math. J.* Vol. 23. 2012. Pp. 75–91. URL: <https://projecteuclid.org/journals/nihonkai-mathematical-journal/volume-23/issue-2/Characterization-and-automatic-continuity-of-separating-maps-between-Banach-modules/nihmj/1363096199.full>
2. Hosseini S., Bodaghi A., Mousavi L. *-g-frames in Hilbert modules over pro-C*-algebras. *U.P.B. Sci. Bull., Series A.* 2021. № 83, iss. 4. Pp. 35–44.
3. Seyyed Hashemi M., Mousavi L., Hosseini S. et al. Subadditive Banach module valued separating maps. *Rend. Circ. Mat. Palermo.* 2023. II. Ser. 72. Pp. 1551–1559. URL: <https://doi.org/10.1007/s12215-022-00727-w>
4. Mousavi L., Sady F. Banach module valued separating maps and automatic continuity. *Bull. Iranian Math.* 2011. Soc. 37 (4). Pp. 127–139.
5. Mousavi L., Hosseini S. Some results on disjointness preserving Fredholm operators between certain Banach function algebras. *Mathematical Analysis and its Contemporary Applications.* 2021. № 3 (1). Pp. 32–39. URL: <https://doi.org/10.30495/mac.2021.1924698.1002>
6. Trembach B., Grin A., Trembach I. Study of the influence of the addition of an exothermic mixture and the ratio of the components of the exothermic mixture on the melting indices at FCAW. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science.* 2020. № 6 (1). Pp. 47–53. URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2020/nov/22574/ujm.2020.6.1.47-53.pdf>
7. Yanchuk V., Kruhlov I., Zakiev V., Lozova A., Trembach B., Orlov A., Voloshko S. Thermal and Ion Treatment Effect on Nanoscale Thin Films Scratch Resistance. *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* 2022. Vol. 44, № 10. Pp. 1275–1292. URL: <https://doi.org/10.15407/mfint.44.10.1275>
8. Konoplianyk Oleksandr, Nikolay Kotov, Illia Iliev. Specific Design Features of Prefabricated Fire-Resistant Floor Slabs Made from Lightweight Concrete. *Slovak Journal of Civil Engineering.* 2022. № 30.1. Pp. 1–7.
9. Plakhtii Y. G., Khmelenko O. V. Crystal structure and photoluminescence of ZnSe and ZnSe : Mn nanocrystals obtained by combustion synthesis. *Physica Scripta.* 2023. № 98 (3). Pp. 035804. URL: [DOI 10.1088/1402-4896/acb5ca](https://doi.org/10.1088/1402-4896/acb5ca)
10. Konduru M. D., Vangalapati M., Shaik F. Performance of electrocoagulation process using iron and aluminum electrodes with and without perforations. *Chem. Chem. Technol.* 2023. Vol. 17, № 1. Pp. 164–169. URL: <https://doi.org/10.23939/chcht17.01.164>
11. Bărbulescu A. Fractal Characterization of the Mass Loss of Bronze by Erosion – Corrosion in Seawater. *Materials.* 2023, May 22. № 16 (10). Pp. 3877. URL: <https://doi.org/10.3390/ma16103877>

12. Kropyvnytska T., Sanytsky M., Kaminsky A., Vakhula O. Effect of layered double hydroxides Ca–Al Idhs and polycarboxylate ethers on the hardening of portland limestone cement. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2022. Nov 5. № 119 (6).
13. Sanytsky M., Kruts T., Kropyvnytska T., Rusyn B. Sustainable Green Engineered Composites Containing Ultrafine Supplementary Cementitious Materials. 14th International Congress on the Chemistry of Cement (ICCC 2015), 13–16. October 2015, Beijing, China, 1: 265. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.761.193>
14. Скобло Т. С., Сидашенко А. И., Александрова Н. М., Ключко О. Ю. и др. Производство и применение прокатных валков : справочник. Харьков : ЦД, 2013. № 1. 572 с.
15. Большаков Вад. И., Большаков В. И., Волчук В. М., Дубров Ю. И. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу. *Вісник НАН України*. 2014. № 12. С. 45–48. URL: <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/73434>
16. Большаков В., Волчук В., Дубров Ю. Пути применения теории фракталов : монография. Саарбрюккен : Palmarium Academic Publishing, 2016. 146 с.
17. Скобло Т. С., Ключко О. Ю., Белкин Е. Л. Математическая оценка особенностей структурообразования высоколегированных чугунов. *Материаловедение*. 2014. № 8. С. 6–11.
18. Большаков В. И., Волчук В. М., Котов М. А., Фісуненко Д. П. Аспекти застосування фрактального моделювання. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2022. Т. 2, № 2 (97). С. 7–18. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.050722.7.858>
19. Большаков В. И., Волчук В. Н., Дубров Ю. И. О применении имитационного моделирования в материаловедении. *Металознавство та термічна обробка металів*. 2015. № 4. С. 26–31. URL: <http://mtom.pgasa.dp.ua/article/view/26-31>
20. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York, San Francisco : Freeman, 1982. 480 p.
21. Volchuk V. M., Kotov M. A. Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2021. Vol. 1926, № 1. Pp. 012023. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1926/1/012023>
22. Bolshakov V. I., Volchuk V. M., Dubrov Yu. I. Regularization of One Conditionally III-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*. 2018. Vol. 40, № 9. Pp. 1165–1171. URL: <https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165>
23. Romaniuk S. P. et al. Characterization of ARC–PVD ZRN nanostructured coatings by using the fractals theory. *Voprosy Atomnoj Nauki i Tekhniki*. 2022. Vol. 142, № 6. Pp. 123–128. URL: <https://doi.org/10.46813/2022-142-12323>.
24. Volchuk Volodymyr, Bolshakov Volodymyr, Kotov Mykola, Konoplyanik Alexander, Chaikovska Hanna. Influence of the multifractal characteristics of a macrostructure on cement mortar strength. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2678. P. 020024. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0118682>
25. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S., Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik-Technical Journal*. 2018. Vol. 12, № 2. Pp. 93–97. URL: <https://doi.org/10.31803/tg-20180302115027>

REFERENCES

1. Mousavi L. and Sady F. Characterization and automatic continuity of separating maps between Banach modules. *Nihonkai Math. J.* Vol. 23, 2012, pp. 75–91. URL: <https://projecteuclid.org/journals/nihonkai-mathematical-journal/volume-23/issue-2/Characterization-and-automatic-continuity-of-separating-maps-between-Banach-modules/nihmj/1363096199.full>
2. Hosseini S., Bodaghi A. and L. Mousavi. *-g-frames in Hilbert modules over pro-C*-algebras. *U.P.B. Sci. Bull., Series A*. 2021, no. 83, iss. 4, pp. 35–44.
3. Seyyed Hashemi M., Mousavi L., Hosseini S. et al. Subadditive Banach module valued separating maps. *Rend. Circ. Mat. Palermo*. 2023, II, ser. 72, pp. 1551–1559. URL: <https://doi.org/10.1007/s12215-022-00727-w>
4. Mousavi L. and Sady F. Banach module valued separating maps and automatic continuity. *Bull. Iranian Math.* 2011, soc. 37 (4), pp. 127–139.
5. Mousavi L. and Hosseini S. Some results on disjointness preserving Fredholm operators between certain Banach function algebras. *Mathematical Analysis and its Contemporary Applications*. 2021, no. 3 (1), pp. 32–39. URL: <https://doi.org/10.30495/mac.2021.1924698.1002>
6. Trembach B., Grin A. and Trembach I. Study of the influence of the addition of an exothermic mixture and the ratio of the components of the exothermic mixture on the melting indices at FCAW. *Ukrainian Journal of Mechanical Engineering and Materials Science*. 2020, no. 6 (1), pp. 47–53.
7. Yanchuk V., Kruhlov I., Zakiev V., Lozova A., Trembach B., Orlov A., Voloshko S. Thermal and Ion Treatment Effect on Nanoscale Thin Films Scratch Resistance. *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.* 2022, vol. 44, no. 10, pp. 1275–1292. URL: <https://doi.org/10.15407/mfint.44.10.1275>

8. Konoplianyk Oleksandr, Nikolay Kotov and Illia Iliev. Specific Design Features of Prefabricated Fire-Resistant Floor Slabs Made from Lightweight Concrete. *Slovak Journal of Civil Engineering*. Vol. 30.1, 2022, pp. 1–7.
9. Plakhtii Y.G. and Khmelenko O.V. Crystal structure and photoluminescence of ZnSe and ZnSe : Mn nanocrystals obtained by combustion synthesis. *Physica Scripta*. 2023 Feb 3, no. 98 (3), pp. 035804.
10. Konduru M.D., Vangalapati M. and Shaik F. Performance of electrocoagulation process using iron and aluminum electrodes with and without perforations. *Chem. Chem. Technol.* 2023, vol. 17, no. 1, pp. 164–169. URL: <https://doi.org/10.23939/chcht17.01.164>
11. Bărbulescu A. Fractal Characterization of the Mass Loss of Bronze by Erosion – Corrosion in Seawater. *Materials*. 2023 May 22, no. 16 (10), pp. 3877. URL: <https://doi.org/10.3390/ma16103877>
12. Kropyvnytska T., Sanytsky M., Kaminsky A. and Vakhula O. Effect of layered double hydroxides Ca–Al Idhs and polycarboxylate ethers on the hardening of portland limestone cement. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2022, Nov 5, no. 119 (6).
13. Sanytsky M., Kruts T., Kropyvnytska T. and Rusyn B. Sustainable Green Engineered Composites Containing Ultrafine Supplementary Cementitious Materials. 14th International Congress on the Chemistry of Cement (ICCC 2015), 13-16. October 2015, Beijing, China, 1: 265. URL: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.761.193>
14. Skoblo T.S., Sidashenko A.I., Aleksandrova H.M., Klochko O.Yu. and oth. *Proizvodstvo i primeneniye prokatnykh valkov : spravochnik* [Production and use of rolling rolls : directory]. Kharkiv: CD, 2013, no. 1, 572 p. (in Russian)
15. Bol'shakov Vad.I., Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *Chastkova kompensatsiya nepovnoty formal'noyi aksiomatyky pry identyfikatsiyi struktury metalu* [The partial compensation of incompleteness of formal axiomatics in the identification of the metal structure]. *Visnyk akademiyi nauk Ukrayiny* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian)
16. Bol'shakov V., Volchuk V. and Dubrov Yu. *Puti primeneniya teorii fraktalov* [Ways of applying the theory of fractals]. Saarbrücken : Palmarium Academic Publishing, 2016, 146 p. (in Russian)
17. Skoblo T.S., Klochko O.Yu. and Belkin E.L. *Matematicheskaya otsenka osobennostey strukturoobrazovaniya vysokolegirovannykh chugunov* [Mathematical evaluation of the features of heavily alloyed irons structure]. *Materialovedenie* [Materials Science]. 2014, no. 8, pp. 6–11. (in Russian)
18. Bolshakov V.I., Volchuk V.M., Kotov M.A. and Fisunen D.P. *Aspekty zastosuvannya fraktalnoho modeliuвання* [Aspects of the application of fractal modeling]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metal Science and Heat Treatment of Metals]. 2022, vol. 2, no. 2 (97), pp. 7–18. URL: <https://doi.org/10.30838/J.PMHTM.2413.050722.7.858>. (in Ukrainian)
19. Bolshakov V.I., Volchuk V.N. and Dubrov Yu.I. *O primenenii imitatsionnogo modelirovaniya v materialovedenii* [The application simulated modelling in materials science]. *Metaloznavstvo ta termichna obrobka metaliv* [Metall Science and Heat Treatment of Metals]. 2015, no. 4, pp. 26–31. (in Russian)
20. Mandelbrot B. B. *The Fractal Geometry of Nature* : monograph. New York, San Francisco : Freeman, 1982, 480 p. URL: <http://www.amazon.com/Fractal-Geometry-Nature-Benoit-Mandelbrot/dp/0716711869>
21. Volchuk V.M., Kotov M.A. Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete. *Journal of Physics : Conference Series*. IOP Publishing, 2021, vol. 1926, no. 1, pp. 012023.
22. Bolshakov V.I., Volchuk V.M. and Dubrov Yu.I. Regularization of One Conditionally ill-Posed Problem of Extractive Metallurgy. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*. 2018, vol. 40, no. 9, pp. 1165–1171. URL: <https://doi.org/10.15407/mfint.40.09.1165>
23. Romaniuk S.P. et al. Characterization of ARC-PVD ZRN nanostructured coatings by using the fractals theory. *Voprosy Atomnoj Nauki i Tekhniki*. Vol. 142, no. 6, pp. 123–128. URL: <https://doi.org/10.46813/2022-142-123>
24. Volchuk Volodymyr, Bolshakov Volodymyr, Kotov Mykola, Konoplyanik Alexander and Chaikovska Hanna. Influence of the multifractal characteristics of a macrostructure on cement mortar strength. *AIP Conference Proceedings*. Vol. 2678, pp. 020024, 15.02.2023. URL: <https://doi.org/10.1063/5.0118682>
25. Volchuk V., Klymenko I., Kroviakov S. and Orešković M. Method of material quality estimation with usage of multifractal formalism. *Tehnički glasnik – Technical Journal*. 2018, vol. 12, no. 2, pp. 93–97.

Надійшла до редакції: 01.04.2023.