УДК 519.21

О ВОЗМОЖНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНО НЕПРИВОДИМЫХ СИСТЕМ

БОЛЬШАКОВ В. И.[1], д. т. н., проф.,*
ДУБРОВ Ю. И.[2], д. т. н., проф.

[1*] Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshakov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473
[2] Кафедра материаловедения и обработки материалов, Государственное высшее учебное заведение "Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры", ул. Чернышевского, 24-а, 49600, Днепропетровск, Украина, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Аннотация. ***Постановка проблемы.*** Поиск характеристик, отображающих состояние вычислительно неприводимых систем (ВНС) (отображающих точек системы), привел ученых к изучению геометрических свойств странных аттракторов[1], которые, как правило, обладают канторовой или фрактальной структурой, повторяющей себя в меньших масштабах. ***Объект исследования:*** вычислительно неприводимые системы. ***Результаты и их обсуждение.*** Рассмотрена бильярдная задача Лоренца. На основании теоретических исследований и проведенных экспериментов утверждается, что глобальная неустойчивость этой системы имеет место даже тогда, когда на бильярдном столе находится только один шар, при условии, если хотя бы одна из стенок бильярдного стола выпукла вовнутрь. Становится очевидным: глобальная неустойчивость приводит к тому, что поведение системы делается хаотическим (непредсказуемым) и все фазовое пространство заполняется равномерно. Идентификация таких систем может производиться только путём обращения к литературе и искусству, поскольку только разум и интуиция человека способны отобразить возможные нюансы, происходящие в этих системах. В этой связи промежуточным звеном при идентификации вычислительной неприводимости систем является процесс создания гипотез о возможном их поведении, в различных ситуациях. Поскольку все эти действия возлагаются на исследователя, на него же возлагается и формулирование эвристических процедур, которые предназначаются для достижения необходимого правдоподобия выдвинутых гипотез. Для каждой системы выдвигаются соответствующие только ей гипотезы и соответствующие им эвристические процедуры. Тем не менее, существует перечень основных гипотез, которые включаются в анализ практически любых систем (даже вычислительно неприводимой), это гипотезы: потенциальной их опровержимости, подтверждённости, простоты, красоты и объясненности. ***Выводы.*** В работе показано, что идентификация вычислительно неприводимых систем[2] может производиться только путём обращения к литературе и искусству, поскольку только разум и интуиция человека способны отобразить возможные нюансы, происходящие в этих системах.

Ключевые слова: имитационное моделирование; бильярдная задача; странный аттрактор; фрактал; вычислительно неприводимая система

ПРО МОЖЛИВІСТЬ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНО НЕЗВІДНИХ СИСТЕМ

БОЛЬШАКОВ В. І.[1], д. т. н., проф.,*
ДУБРОВ Ю. І.[2], д. т. н., проф.

[1*] Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshakov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473
[2] Кафедра матеріалознавства та обробки матеріалів, Державний вищий навчальний заклад "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури", вул. Чернишевського, 24-а, 49600, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Анотація. ***Постановка проблеми.*** Пошук характеристик, що відображують стан обчислювально незвідних систем (ОНС) (точок системи), спонукав учених до вивчення геометричних властивостей дивних атракторів, які, як правило, мають канторівську або фрактальну структуру, що повторює себе в менших масштабах. ***Об'єкт дослідження***: обчислювально незвідні системи. ***Результати та їх обговорення.*** Розглянуто більярдну задачу Лоренца. На основі теоретичних досліджень

[1] Аттракторы (области притяжения), отличные от состояний равновесия и строго периодических колебаний, называют странными аттракторами. Усредненные характеристики режима колебаний устойчивы и не зависят от начальных условий.
[2] За вычислительно неприводимую систему принимаем такую систему, которая не поддается математической интерпретации.

і проведених експериментів стверджується, що глобальна нестійкість цієї системи має місце навіть тоді, коли на більярдному столі перебуває тільки одна кулька, за умови, якщо хоча б одна зі стінок більярдного столу опукла всередину. Стає очевидним, що глобальна нестійкість спричинює те, що поведінка системи стає хаотичною (непередбачуваною), і весь фазовий простір заповнюється рівномірно. Ідентифікацію таких систем можна здійснювати зверненням до літератури і мистецтва, оскільки лише розум та інтуїція людини здатні відобразити всі можливі нюанси процесів, що відбуваються в цих системах. У зв'язку з цим проміжною ланкою в процесі ідентифікації обчислювально незвідних систем є процес створення гіпотез про їх можливу поведінку в різних ситуаціях. Наприклад, у матеріалознавстві процес кристалізації описують за допомогою гіпотези, в основі якої лежать два процеси: зародження і зростання центрів кристалізації – майбутніх дендритів. Формування гіпотез сприяє створенню гіпотетичної моделі обчислювально незвідної системи. Оскільки всі ці дії покладаються на дослідника, на нього покладається також і формулювання евристичних процедур, призначених для досягнення необхідної правдоподібності висунутих гіпотез. Для кожної системи висувають відповідні тільки їй гіпотези і відповідні їм евристичні процедури. Проте існує перелік основних гіпотез, включених в аналіз практично будь-яких систем (навіть обчислювально незвідних). Це гіпотези потенційної їх спростовності, підтверджуваності, простоти, краси і пояснюваності. ***Висновки.*** У статті показано, що ідентифікація обчислювально незвідних систем може здійснюватися лише шляхом звернення до літератури і мистецтва, оскільки тільки розум та інтуїція людини здатні відобразити всі можливі нюанси процесів, що відбуваються в цих системах.

Ключові слова: імітаційне моделювання; більярдна задача; дивний атрактор; фрактал; обчислювально незвідна система

POSSIBILITY OF THE IDENTIFICATION OF CALCULATIVE IRREDUCIBLE SYSTEMS

BOLSHAKOV V.I.[1], Dr. Sc. (Tech.), Prof.,*
DUBROV Yu.I.[2], Dr. Sc. (Tech.), Prof.

[1*] Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment "Prydniprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: bolshakov@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0003-0790-6473
[3] Department of Materials Science, State Higher Educational Establishment "Prydniprovs'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture", 24-a, Chernishevskogo str., Dnipropetrovsk 49600, Ukraine, tel. +38 (0562) 47-39-56, e-mail: mom@mail.pgasa.dp.ua, ORCID ID: 0000-0002-3213-4893

Summary. ***Case history.*** A performance search, reflecting the state of the calculative irreducible systems (CIS) (reflecting points systems), led the scientists to the study of the geometric properties of strange attractors, which tend to have cantor or fractal structure repeating itself on a smaller scale. ***Object of study.*** Calculative irreducible systems. ***Results and discussion.*** We consider a Lorentz billiard task. On the basis of theoretical research and experimentation, it is argued that the global instability of the system takes place even when there is only one ball on the table, provided that at least one of the pool table walls is convex to the inside. It becomes apparent, global instability leads to the fact that the behavior of the system becomes chaotic (unpredictable) and the whole entire phase space is filled evenly. Identification of such systems can only be done by reference to literature and art, as only the mind and intuition, can display the nuances that occur in these systems. In this regard, an intermediary, in the identification of calculative irreducible systems, is the process of the hypotheses creating about their possible behavior in different situations. Since all these actions are assigned to the researcher, he is also responsible for the of heuristics prcedures formulation, which are intended to achieve the necessary credibility of the hypotheses. For each system are put relevant only to its hypothesis and heuristics procedures forward. Nevertheless, there is a list of the main hypotheses, which are included in the analysis of practice any system (even a calculative irreducible), these are hypothesis: of their potential falsifiability, confirmation, simplicity, beauty, and explanation. ***Conclusions.*** It is shown that the identification of calculative irreducible systems can only be done by reference to literature and the arts, because only mind and intuition of man can reflect all possible nuances that occur in these systems.

Keywords: simulation; billiard problem; strange attractor; fractal; calculative irreducible system

Постановка проблемы

Поиск характеристик, отображающих состояние вычислительно неприводимых систем (отображающих точек системы), привел ученых к изучению геометрических свойств странных аттракторов, которые, как правило, обладают канторовой или фрактальной структурой, повторяющей себя в меньших масштабах [1].

Объект исследования

Вычислительно неприводимые системы.

Результаты и их обсуждение

Примером фрактальной структуры может служить система, характеристика которой приведена в работе [2], опубликованной еще в 1905 году. В этой работе Г. А. Лоренц привел данные по анализу одной из бильярдных задач, которая позднее получила название двумерного газа Лоренца. Суть задачи состоит в том, что из некоторой точки на плоскости в определенный момент времени в направлении круглых отражателей, находящихся на бильярдном столе, выбрасываются упругие шарики (рис. 1).

Достигнув одного из отражателей, шарик отскакивает по закону «угол падения равен углу отражения». Траектории шариков, вышедших под близкими углами, быстро расходятся, и их направления становятся случайными и они заполняют все поле стола бильярда.

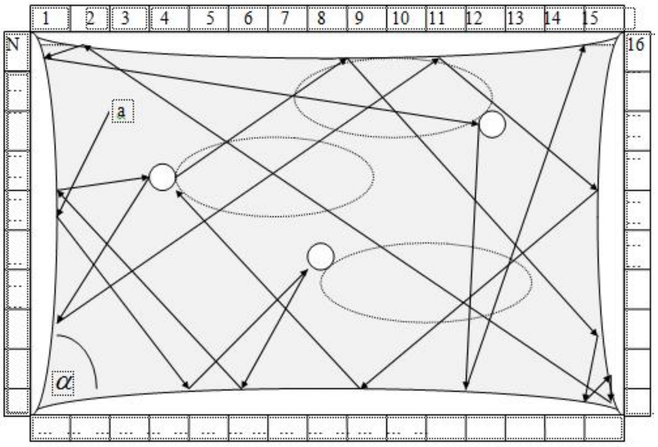

Рис.1. Бильярд с перманентно изменяющимися радиусами кривизны бортов и последовательно размещенными ячейками /
Fig. 1. Billiards with permanently changing radii of curvature of the beads and the cells placed in series

Теоретически доказано, что после третьего соударения траектория отражающегося шарика непредсказуема [2], а это означает, что система является вычислительно неприводимой и справедлива её трактовка как *глобально неустойчивой.* Число шаров существенной роли не играет.

На основании теоретических исследований и проведенных экспериментов [3] *утверждается, что глобальная неустойчивость этой системы имеет место даже тогда, когда на бильярдном столе находится только один шар, при условии, если хотя бы одна из стенок бильярдного стола выпукла вовнутрь.* Становится очевидным*: глобальная неустойчивость* приводит к тому, что поведение системы делается хаотическим (непредсказуемым) и все фазовое пространство заполняется равномерно. На имитационной модели бильярда проводились эксперименты, которые вызвали идею применения данной модели в качестве генератора случайных чисел (ГСЧ) [4]. Для этого в алгоритме, имитирующем бильярдную задачу, была предусмотрена возможность разбиения бортов бильярдного стола на ячейки, пронумерованные последовательно (например, от 1,0 до 10^4).

В моменты попадания отражающегося шара в какую-либо ячейку число, которое в ней записано, и его порядковый номер заносятся в память компьютера, что способствует построению графика, приведенного на рисунке 2. При этом (как казалось ранее исследователям) для придания «большей хаотичности», в программу, в которой отображались условия опыта, включалась возможность постоянного изменения радиуса отражающегося шара; постоянного изменения радиуса кривизны бортов стола бильярда; постоянного движения шаров-отражателей по заданным траекториям, которые на рисунке 1 показаны пунктиром. Проведенные эксперименты показали, что включение вышеназванных особенностей одновременно или каждой особенности по отдельности в динамику бильярдной задачи приводило к тому, что исследуемая система через некоторое число итераций *вместо ожидаемого повышения её хаотичности из вычислительно неприводимой превращалась в вычислительно приводимую систему*[1].

Результат одного из экспериментов, в котором роль отражающегося шара играл луч, устанавливаемый под произвольно заданным углом к бортам бильярдного стола, а в качестве круглого отражателя назначалась любая из четырёх стенок бильярда, вогнутая вовнутрь, показан на графике рисунка 2. На этом графике видно, что при произвольно заданных начальных условиях опыта с некоторого момента наблюдалось повторение последовательности выбиваемых отражающимся шаром чисел, записанных в ячейках. Как это видно из графика рисунка 2, левая его половина представляет поле равномерно распределенных точек. Вторая половина − это аттрактор (от лат. attractor – притягатель − установившийся режим движения;

[1] Ранее предполагалось, что изменение стохастичности системы можно количественно охарактеризовать отрезком времени, за которое начальный угол расхождения траекторий становился, например, величиной порядка 1 рад. Чем меньше время расхождения, тем движение более неустойчиво, т. е. система более стохастична.

притягивает соседние переходные режимы), появление которого свидетельствует о преобразовании вычислительно неприводимой системы в вычислительно приводимую систему, это установившийся, поддающийся аппроксимации режим движения. Наглядным примером из молекулярной физики может служить хаотическое броуновское движение молекул газа. Если на пути хаотического движения молекул газа установить любое препятствие, то это движение обязательно приобретет признаки вычислительно неприводимой системы, поскольку препятствие создает эти условия. Последнее происходит постольку, поскольку траектория движения изображающей точки замыкается в отдельной области, выйти из которой она уже не может.

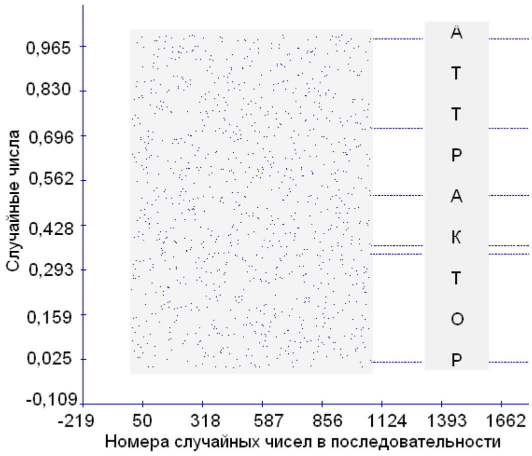

Рис. 2. Пример возникновения аттрактора /
Fig. 2. An example of the emergence of the attractor

Например, незначительно изменяя величину начального угла отражения, под которым первоначально посылается изображающая точка, или изменяя кривизну отражающей стенки бильярда, или изменяя и то и другое одновременно, мы, после некоторого количества итераций, наблюдаем выход системы на аттрактор, представляющий предельный цикл.

На рисунке 3 приведена фрактальная структура странного аттрактора, отображающая результаты анализа одного из экспериментов на имитационной модели бильярдной задачи [4].

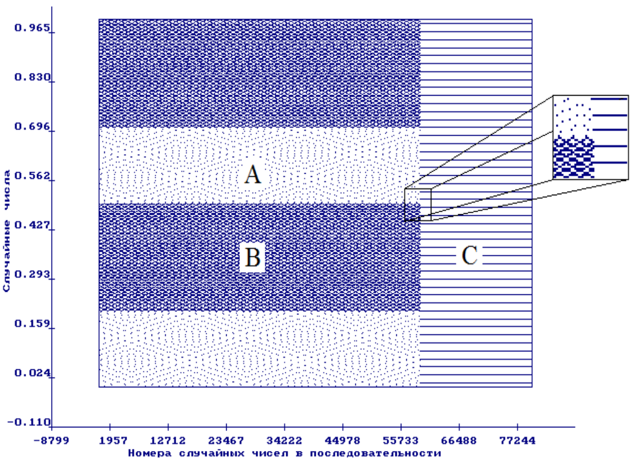

Рис. 3. Фрактальная структура странного аттрактора /
Fig. 3. The fractal structure of the strange attractor

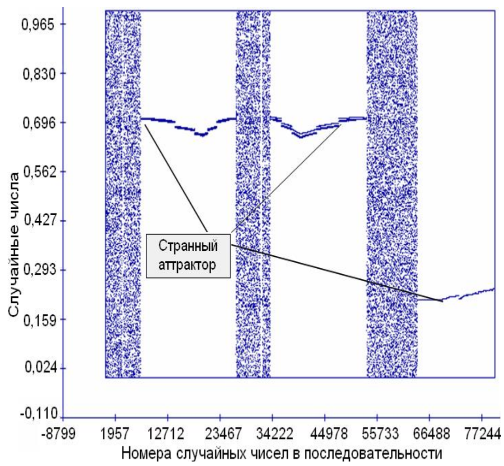

Рис. 4. К примеру возникновения странного аттрактора /
Fig. 4. For example, the emergence of a strange attractor

Если внимательно присмотреться и сравнить область, обозначенную на рисунке 3 буквой А, с областью, обозначенной буквой В, то на увеличенном масштабе приведенного участка можно обнаружить в обеих областях повторяющуюся «ромбическую» структуру траектории отражающегося шара. Из этого же рисунка видно, как странный аттрактор переходит в аттрактор С, называемый предельным циклом. Возникновение странного аттрактора можно отобразить траекторией движения изображающей точки.

Чувствительность к начальным условиям, проявляемая при возникновении странного аттрактора, известна в синергетике под названием «эффекта бабочки»[1]. С «эффектом бабочки» связаны проблемы, возникающие со среднесрочным (на несколько недель) прогнозом погоды. Ученые столкнулись с тем, что совершенствование математических моделей, использование компьютеров с большим быстродействием и памятью, разработка новых численных методов не позволяют получить эффективную методику прогноза.

Естественно считать, что чем больше размерность задачи и чем больше пределы, в которых изменяются переменные, тем больше число состояний исследуемой системы и тем более сложным может оказаться ее поведение.

Однако это не всегда так. На графике рисунка 4 показан процесс возникновения *странного аттрактора* в одном из экспериментов, в котором четыре борта бильярдного стола перманентно изменяли свою эллиптичность. Выделенная на графике рисунка 4 область сохраняла свой объем, хотя сложным образом она изгибалась и растягивалась.

Фазовый объем непрерывно уменьшался, т. е. число состояний, в которых может находиться система, становилось меньше. *Это свойство называется диссипативностью и утверждается, что это свойство является признаком самоорганизации* [2]. Модели процессов экологии, химических реакций, развития экономики, материаловедения (например, процессы кристаллизации металлов, происходящие при неравновесных термодинамических условиях), а также сотен других процессов и явлений приводят к диссипативным системам.

Свойство «странности», т. е. непредсказуемости траектории изображающей точки, в странном аттракторе имеется. К таким системам относятся все игры, ход дальнейшего развития которых предсказать невозможно. *Вероятно, популярность азартных игр заключается в том, что они имитируют процесс генерации ценной информации, ценность которой растёт по мере уменьшения вероятности её возникновения. В данном контексте под ценной информацией понимается предсказание хода событий.* Например, в футболе процесс генерации ценной информации заключается в предсказании результата матча. Принимаем, что если мяч не попадает в створ ворот – вероятность этого события равна 0, при попадании в створ ворот – эта вероятность ≤ 1.

В связи с вышеизложенным отметим:

− *вычислительно неприводимые системы наблюдаются тогда и только тогда, когда эти системы находятся в нелинейной среде и не взаимодействуют с какой-либо другой системой;*

− *вычислительно неприводимые системы возникают и могут существовать в силу неполноты их формальной аксиоматики* [6; 7].

Если ввести какие-либо количественные характеристики, идентифицирующие структуры, отображающие траекторию изображающей точки, то при их совпадении для модели и объекта можно принимать их адекватными. Основной такой характеристикой фракталов является их размерность. До настоящего времени не создано и не существует инструментария, способствующего идентификации вычислительно неприводимых систем.

Идентификация таких систем может производиться только путём обращения к литературе и искусству, поскольку только разум и интуиция человека способны отобразить возможные нюансы, имеющиеся в этих системах. В этой связи промежуточным звеном при идентификации ВН систем является процесс создания гипотез о возможном их поведении в различных ситуациях. Например, в материаловедении процесс кристаллизации описывается с помощью следующей гипотезы, в основании которой лежит два процесса: зарождение и рост центров кристаллизации – будущих дендритов. Формирование гипотез способствует созданию гипотетической модели вычислительно неприводимой системы (см., например, [8]). Поскольку все эти действия возлагаются на исследователя, то на него же возлагается и формулирование эвристических процедур, которые предназначаются для достижения необходимого правдоподобия

[1] Один фантаст описал ситуацию, в которой главный герой с помощью машины времени попал в далекое прошлое и там случайно раздавил бабочку. Возвращаясь обратно, он находит, что все, вплоть до устройства общества, кардинально изменилось. В нелинейной среде малые причины приводят к большим последствиям.

[2] С этим мы не можем согласиться и смысл нашего несогласия можно найти в ряде работ (см., например, [5]), в которых показано, что система переходит на аттрактор не потому, что она "приняла решение" самоорганизоваться, а потому, что она, под влиянием внешних сил, от неё не зависящих, попала в ситуацию, которая ввела её в аттрактор. Самоорганизующимся системам присуще качество диссипативности, но диссипативным системам не обязательно присуще свойство самоорганизации.

выдвинутых гипотез. Для каждой системы выдвигаются соответствующие только ей гипотезы и соответствующие им эвристические процедуры. Тем не менее, *существует перечень основных гипотез, которые включаются в анализ практически любых систем (даже вычислительно неприводимой), это гипотезы: потенциальной их опровержимости, подтверждённости, простоты, красоты и объясненности.*

Выводы

В работе показано, что идентификация вычислительно неприводимых систем может производиться только путём обращения к литературе и искусству, поскольку только разум и интуиция человека способны отобразить возможные нюансы, имеющиеся в этих системах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Большаков В. І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу / В. І. Большаков, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2016. – № 3. – С. 76–80. http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/95437

2. Lorentz H. A. The motion of electrons in metallic bodies II. Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences / H. A. Lorentz. − 1905. − (7): − Pp. 585−593.

3. Синай Я. Г. Динамические системы с упругими отражениями / Я. Г. Синай // Успехи математических наук. – 1970. – Т. 25. – Вып. 2. – С. 45–53.

4. Дубров Ю. И. Исследования имитационной модели «бильярдной задачи», а также ее применение в практике преподавания синергетики / Ю.И. Дубров // Математика. Компьютер. Образование. − Дубна. − 1998. − С. 71–83.

5. Дубров Ю. І. Наука як система, що самоорганізується / Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. –2000. – № 2. – С. 16–22.

6. Успенский В. А. Теорема Гёделя о неполноте : монография / В. А. Успенский. – Москва : Наука, 1982. – 112 с.

7. Большаков Вад. І. Про неповноту формальної аксіоматики в задачах ідентифікації структури металу / Вад. І. Большаков, В. І. Большаков, Ю. І. Дубров // Вісник НАН України. – 2014. – № 4. – С. 55–59.

8. Большаков В. И. Вычислительно неприводимые системы и пути их идентификации / В. И. Большаков, Ю. И. Дубров // Металознавство та термічна обробка металів. – Дніпропетровськ : ДВНЗ ПДАБА, 2014. – № 1. – С. 19–42.

REFERENCES

1. Bol'shakov V. I. and Dubrov Yu.I. *O vozmozhnosti identifikatsii vychislitel'no neprivodimykh sistem* [Possibility of the identification of computationally irreducible systems]. *Visnik NAN Ukraïni* [Bulletin of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2014, no. 12, pp. 45–48. (in Ukrainian).

2. Lorentz H.A. The motion of electrons in metallic bodies II. Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences, 1905, (7), pp. 585−593.

3. Sinay Ya.G. *Dinamicheskiye sistemy s uprugimi otrazheniyami* [Dynamical systems with elastic reflections]. *Uspekhi matematicheskih nauk* [Successes of Mathematical Sciences]. 1970, 25 (2), pp. 45−53. (in Russian).

4. Dubrov Yu.I. *Issledovaniya imitacionnoj modeli «bil'yardnoj zadachi», a takzhe ee primenenie v praktike prepodavaniya sinergetiki* [Research of simulation model "billiard problem", as well as its application in practice, synergy of teaching]. *Matematika. Komp'yuter. Obrazovanie.* [Computer. Mathematics. Education]. Dubna, 1998, pp. 71–83. (in Russian).

5. Dubrov Yu.I. *Nauka yak systema, shcho samoorhanizuyet'sya* [Science as a self-organizing system]. *Visnik NAN Ukraïni* [National Library of Ukraine]. 2000, (2), pp. 16–22. (in Ukrainian).

6. Uspenskiy V.A. *Teorema Godelya o nepolnote* [Gödel's incompleteness theorem]. Moscow : Nauka Publ., 1982, 112 p. (in Russian).

7. Bol'shakov Vad.I., Bol'shakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Pro nepovnotu formal'noyi aksiomatyky v zadachakh identyfikatsiyi struktury metalu* [On the incompleteness of formal axiomatics in the problems of identification of the metal structure]. *Visnik NAN Ukraïni* [National Library of Ukraine]. 2014. (4): 55−59. (in Ukrainian).

8. Bol'shakov V.I. and Dubrov Yu.I. *Vychislitel'no neprivodimyye sistemy i puti ikh identifikatsii* [Computational irreducible systems and ways of their identification]. *MTOM* [Metal Science & Heat Treatment of Metals]. 2014, (1), pp. 19–42. (in Russian).

Статья поступила в редколлегию 27.02.2016

Принята к печати 01.03.2016